



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درسی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۱۴۰۲

سوالات آزمون دفترچه شماره (۱)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

نام و نام خانوادگی:	شماره داوطلبی:
تعداد سوال: ۵۵	مدت پاسخگویی: ۸۵ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

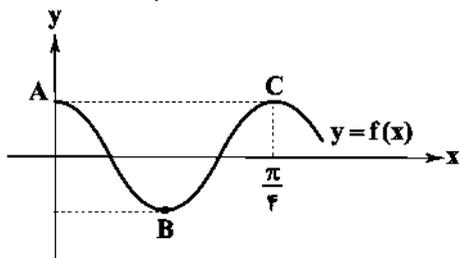
مدت پاسخگویی	شماره سوال		وضعیت پاسخگویی	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	تا	از				
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	اجباری	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱		۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱		۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱		۵	ریاضی ۱	
	۴۰	۳۶		۵	حسابان ۱	
	۴۵	۴۱		۵	هندسه ۱	
	۵۵	۴۶		۱۰	آمار و احتمال	

ریاضیات



حسابان (۲)

۱- اگر نمودار تابع $f(x) = -2 + a \cos bx$ به صورت شکل زیر بوده و مساحت مثلث ABC برابر $2/5\pi$ واحد مربع باشد، مقدار $f(\frac{5\pi}{6})$ کدام است؟



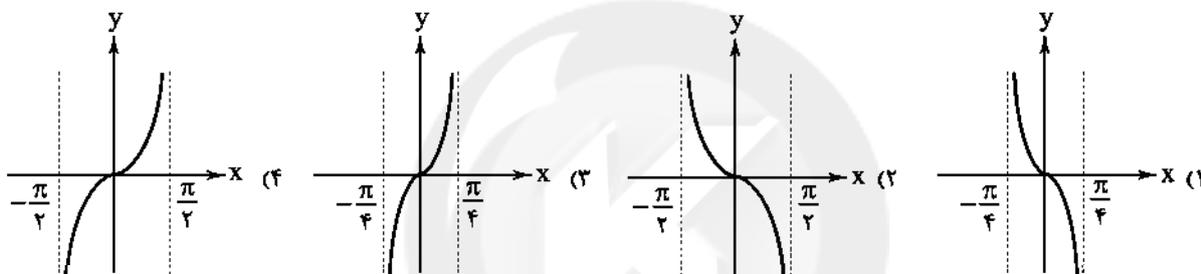
-۵ (۱)

-۶ (۲)

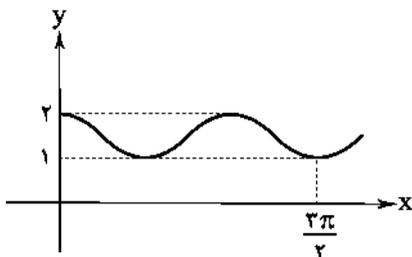
-۷ (۳)

-۸ (۴)

۲- نمودار تابع $f(x) = \cot(\frac{\pi}{4} + x) - \tan(\frac{\pi}{4} + x)$ به کدام صورت است؟



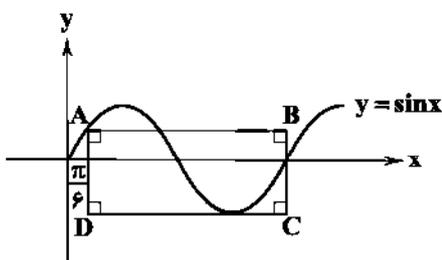
۳- اگر نمودار تابع $f(x) = a(\sin^2 bx + \cos^2 bx)$ به صورت شکل مقابل باشد، آن‌گاه حاصل $a + |b|$ کدام است؟

 $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{5}{2}$ (۲)

۳ (۳)

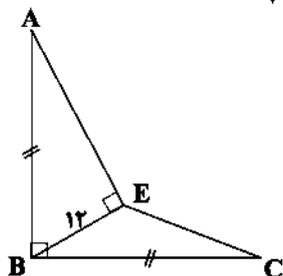
۵ (۴)

۴- در شکل مقابل مساحت مستطیل $ABCD$ کدام است؟

 $\frac{11\pi}{4}$ (۱) $\frac{9\pi}{4}$ (۲) 2π (۳) 3π (۴)

محل انجام محاسبات

- ۵- نمودار تابع $f(x) = 4\sin^2 x + 2\sin x - 3$ در بازه $[0, 2\pi]$ نسبت به محور x ها چه وضعی دارد؟
 (۱) در سه نقطه متقاطع و در دو نقطه مماس
 (۲) در چهار نقطه متقاطع و یک نقطه مماس
 (۳) در پنج نقطه متقاطع
 (۴) در سه نقطه متقاطع
- ۶- در شکل مقابل $AB = BC$ ، $AE \perp BE$ ، $AB \perp BC$ و $BE = 12$ واحد می باشد، مساحت مثلث EBC کدام است؟



- (۱) ۳۶
 (۲) $36\sqrt{2}$
 (۳) ۷۲
 (۴) $72\sqrt{2}$

- ۷- معادله $\log_7(\tan x) + \log_7(\tan 2x) = 0$ در بازه $[0, \pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) فاقد ریشه

- ۸- اگر $0 < \theta < 2\pi$ و معادله $6x^2 - (4\cos\theta)x + \sin\theta = 0$ در بازه $a < \theta < b$ فاقد ریشه باشد، بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) $\frac{2\pi}{3}$ (۳) $\frac{5\pi}{6}$ (۴) π

- ۹- دوره تناوب تابع $f(x) = \sin^2 3x \cos 3x + \cos^2 3x \sin 3x$ برابر است با؟

- (۱) $\frac{\pi}{6}$ (۲) $\frac{\pi}{4}$ (۳) $\frac{\pi}{3}$ (۴) $\frac{\pi}{12}$

- ۱۰- معادله $\cos^2 x - \sin^2 x = 1$ در بازه $[0, 2\pi]$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

ریاضیات گسسته

- ۱۱- به ازای چند عدد دورقمی برای a ، معادله هم‌نهشتی $18 \equiv (7a + 3)x \pmod{5a - 2}$ فاقد جواب است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

- ۱۲- عددی را به تصادف از مجموعه $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 100\}$ انتخاب می‌کنیم و به جای a در معادله سیاله $a^2 x + 24y = 4$ قرار می‌دهیم. با

چه احتمالی معادله سیاله جواب دارد؟

- (۱) $0/42$ (۲) $0/5$ (۳) $0/56$ (۴) $0/64$

- ۱۳- اگر معادله $8x + 7a \equiv 5 \pmod{12}$ با مجهول x در \mathbb{Z} دارای جواب باشد، آنگاه باقی‌مانده تقسیم عدد a بر عدد ۴ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

- ۱۴- اگر n کوچک‌ترین مقداری باشد که معادله $13x + 14y = n$ در مجموعه اعداد حسابی دقیقاً دارای ۷ جواب باشد، آنگاه مجموع ارقام n کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

- ۱۵- چند عدد طبیعی ۳ رقمی برای a وجود دارد که $12 | (5a - 1)$ ، $19 | (3a - 5)$ ؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

محل انجام محاسبات

- ۱۶- مجموع اعداد طبیعی کوچک تر یا مساوی ۱۰۰، که می توانند به جای عدد m در رابطه $16|3^m + 7$ قرار بگیرند، کدام است؟
 (۱) ۹۶۰ (۲) ۱۰۲۴ (۳) ۱۱۲۵ (۴) ۱۲۵۰
- ۱۷- اگر معادله سیاله $(\Delta m + 3)x + (11m - 8)y = k$ همواره دارای جواب باشد، مجموع ارقام کمترین عدد ۳ رقمی برای k کدام است؟
 (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲
- ۱۸- جواب کلی معادله $\frac{y}{x} + \Delta x + 1 = 0$ کدام است؟
 (۱) $yk - 1$ (۲) $yk + 1$ (۳) $yk - 2$ (۴) $yk + 2$
- ۱۹- رابطه همبستگی مجموعه Z را به ۱۲ کلاس هم‌ارزی افزایش کرده است. چقدر احتمال دارد، عدد چهاررقمی 5783 در کلاس هم‌ارزی [۹] قرار بگیرد؟
 (۱) $0/05$ (۲) $0/1$ (۳) $0/15$ (۴) $0/2$
- ۲۰- شخصی در یک مسابقه پرسش و پاسخ شرکت کرده است و چنانچه جواب کامل به هر پرسش دهد، ۵ امتیاز و اگر جواب شخص ناقص باشد، ۳ امتیاز دریافت می‌کند و در صورت عدم پاسخ، امتیازی نمی‌گیرد. اگر کل سوالات ۱۳ تا باشد، به چند طریق این شخص می‌تواند ۴۸ امتیاز کسب کند؟
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵
- هندسه (۲)**
- ۲۱- چند برابر $\left| \frac{\log_9 27}{\log_9 81} \cdot \frac{\log_3 4}{1} \right|$ است؟ $(x = 15^\circ)$ $\left| \begin{matrix} 2 \tan(x) & \sin^2(x) \\ -\cos^2(x) & 2 \cot(x) \end{matrix} \right|$
 (۱) $-\frac{13}{8}$ (۲) $\frac{13}{8}$ (۳) $\frac{65}{8}$ (۴) $-\frac{65}{8}$
- ۲۲- در محاسبه دترمینان $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 1 & 2 & 6 \\ 3 & 4 & 5 \end{vmatrix}$ با تغییر کدام درایه حاصل دترمینان تغییر نمی‌کند؟
 (۱) a_{11} (۲) a_{21} (۳) a_{31} (۴) a_{32}
- ۲۳- اگر A یک ماتریس 4×4 و $|A|^2 \times A = 512$ باشد، حاصل $|2A^3|$ کدام است؟
 (۱) ۱۲۸ (۲) ۲۵۶ (۳) ۱۰۲۴ (۴) ۶۴
- ۲۴- مجموع جواب‌های معادله $\begin{vmatrix} -2 & 2 & 2 \\ 1 & 1+x & 1 \\ 3 & 2 & 3+x \end{vmatrix} = 0$ کدام است؟
 (۱) -۸ (۲) -۴ (۳) -۱۶ (۴) -۲
- ۲۵- ماتریس‌های $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 0 & 5 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 0 \\ 10 & 2 & 5 \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. اگر $C = A \times B$ باشد، حاصل دترمینان C^{-1} کدام است؟
 (۱) $-\frac{1}{600}$ (۲) $\frac{1}{600}$ (۳) ۶۰۰ (۴) -۶۰۰
- ۲۶- اگر $3A = \begin{bmatrix} 2|A| & |3A| \\ |A| & 2|A| \end{bmatrix}$ باشد، حاصل دترمینان ماتریس $|A|A$ کدام است؟ $(|A| \neq 0)$
 (۱) ۲۷ (۲) -۲۷ (۳) -۹ (۴) ۹

۲۷- در صفحه‌ای که مثلث MNP قرار دارد چند نقطه وجود دارد که از دو رأس M و N به فاصله یکسان و از رأس P به فاصله ۵ باشد؟ (با فرض

این‌که $MN=10$ و $MP=6$ و $NP=11$)

(۱) ۱ نقطه (۲) ۲ نقطه (۳) صفر نقطه (۴) ۳ نقطه

۲۸- کدام گزینه در مورد مکان هندسی نقاطی از صفحه که فاصله آن‌ها از نقطه A کم‌تر از ۱۰ و بیشتر از ۴ باشد، درست است؟

(۱) دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۵ (۲) ناحیه‌ای به مساحت 84π

(۳) روی دایره‌ای به شعاع ۴ (۴) روی دایره‌ای به شعاع ۱۰۰

۲۹- اگر صفحه‌ای عمود بر محور یک سطح استوانه‌ای آن را قطع کند، سطح مقطع به وجود آمده کدام است؟

(۱) دایره (۲) استوانه (۳) ۲ خط متقاطع (۴) سهمی

۳۰- معادله مکان هندسی نقاطی که مجموع مربعات فاصله آن‌ها از نقاط $A(1,4)$ و $B(2,7)$ برابر ۱۰ باشد، کدام است؟

$$x^2 + y^2 - 3x - 11y + 30 = 0 \quad (1)$$

$$x^2 + y^2 - 3x + 11y - 30 = 0 \quad (3)$$

$$x^2 + y^2 + 3x + 11y + 30 = 0 \quad (2)$$

$$x^2 + y^2 - 3x + 11y - 30 = 0 \quad (4)$$

ریاضی (۱)

۳۱- در دنباله حسابی با جمله عمومی $t_n = (p-2)n^2 + pn + q$ جمله سوم دو برابر جمله دوم است. جمله دوم چند برابر جمله چهارم است؟

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) $-\frac{1}{3}$

۳۲- مجموع ۱۰۰ جمله اول دنباله $t_n = \frac{4}{3 + (-1)^n}$ کدام است؟

(۱) ۱۰۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۵۰ (۴) ۱۵۰

۳۳- اگر $\pi \leq x \leq 2\pi$ و $\tan^2 x - \tan x = 6$ آن‌گاه $\sin x$ برابر است با:

(۱) $-\frac{3}{5}\sqrt{5}$, $-\frac{3}{10}\sqrt{10}$ (۲) $-\frac{2}{5}\sqrt{5}$, $-\frac{3}{10}\sqrt{10}$

(۳) $\frac{2}{5}\sqrt{5}$, $-\frac{3}{10}\sqrt{3}$ (۴) $-\frac{2}{5}\sqrt{5}$, $\frac{3}{10}\sqrt{10}$

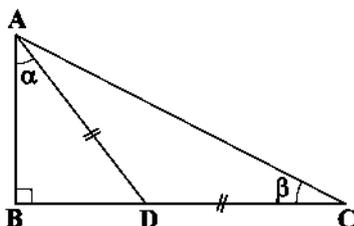
۳۴- در شکل زیر اگر $AD=DC$, $\hat{BAD}=\alpha$, $\hat{ACB}=\beta$ و $\tan \alpha = \frac{4}{3}$ آن‌گاه $\sin \beta$ برابر است با:

(۱) $\frac{4}{\sqrt{10}}$

(۲) $\frac{3}{\sqrt{10}}$

(۳) $\frac{2}{\sqrt{10}}$

(۴) $\frac{1}{\sqrt{10}}$



۳۵- اگر $0 < x < \frac{\pi}{2}$ و $\sin x = \frac{5}{13}$ آن‌گاه حاصل $\frac{1 + \sin x \cos x}{\sin^2 x - \cos^2 x}$ برابر است با:

(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $-\frac{13}{7}$ (۴) $-\frac{7}{13}$

محل انجام محاسبات

حسابان (۱)

۳۶- اگر مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه $S_n = (k-1)n^2 + \frac{fk}{3}n + k - 3$ محاسبه شود، حاصل

$$a_1^2 - a_2^2 + a_3^2 - a_4^2 + \dots + a_p^2 - a_p^2 \text{ کدام است؟}$$

- (۱) ۳۰۲۴۰ (۲) ۳۲۴۰۰ (۳) ۳۲۴۴۰ (۴) ۳۴۴۰۰

۳۷- اگر یکی از ریشه‌های معادله $\frac{2}{x} - 4x = 2$ برابر $\frac{\alpha}{3}$ باشد و داشته باشیم $f(x) = \frac{1+x+x^2+\dots+x^{18}}{1+x^2+x^4+\dots+x^{18}}$ ، مقدار $f(\alpha)$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴

۳۸- حاصل عبارت $A = [\sin 6 - \sin 5] + [\sin 4 - \sin 3] + [\sin 2 - \sin 1]$ کدام است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۱

۳۹- مقدار عبارت $A = \frac{\sin(\frac{7\pi}{10}) - \cos(\frac{\pi}{5}) - \sin(\frac{7\pi}{10}) + \cos \frac{2\pi}{5}}{2\sin(\frac{72\pi}{5}) + 2\cos(\frac{72\pi}{10}) + 2\cos(\frac{72\pi}{5})}$ کدام است؟

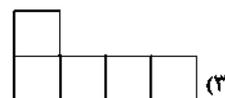
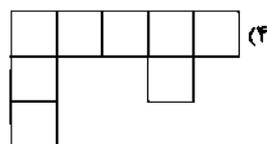
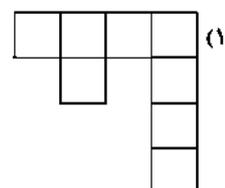
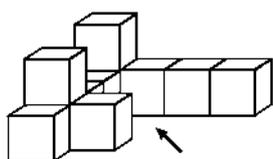
- (۱) $-\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{2}{4}$ (۴) $-\frac{2}{4}$

۴۰- حاصل عبارت $A = (1 - \cos \frac{\pi}{12})(1 - \cos \frac{5\pi}{12})(1 - \cos \frac{7\pi}{12})(1 - \cos \frac{11\pi}{12})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ (۲) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{24}$

هندسه (۱)

۴۱- کدام گزینه نمایی از شکل مقابل است؟

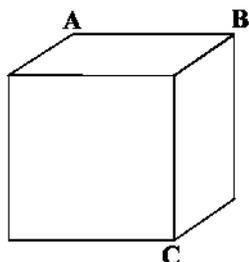


۴۲- کدام گزینه درست است؟

- (۱) دو خط عمود بر یک صفحه در فضا نمی‌توانند بر هم عمود باشند.
 (۲) دو صفحه موازی با یک خط در فضا نمی‌توانند بر هم عمود باشند.
 (۳) دو خط عمود بر هم نمی‌توانند با یک صفحه موازی باشند.
 (۴) دو خط عمود بر هم نمی‌توانند بر یک خط عمود باشند.

محل انجام محاسبات

۴۳- اگر مساحت سطح مقطع (مستطیل شکل) صفحه‌ای که از سه نقطه A، B و C در مکعب شکل زیر می‌گذرد برابر ۸ باشد، مساحت کل مکعب



کدام است؟

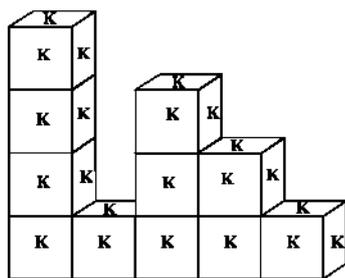
(۱) ۲۴

(۲) $24\sqrt{2}$

(۳) ۱۶

(۴) $16\sqrt{2}$

۴۴- شکل زیر را از یازده مکعب کوچک که روی هر وجه آن حرف K نوشته شده، ساخته‌ایم و طبق شکل روی زمین قرار داده‌ایم. در مجموع چند



حرف K قابل رویت است؟

(۱) ۴۲

(۲) ۳۹

(۳) ۳۴

(۴) ۳۰

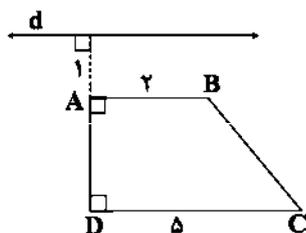
۴۵- حجم حاصل از دوران ذوزنقه قائم‌الزاویه شکل مقابل حول خط d کدام است؟

(۱) 53π

(۲) 63π

(۳) 57π

(۴) 47π



آمار و احتمال

۴۶- تاسی را سه بار پرتاب می‌کنیم. احتمال آن که اعداد رو شده در پرتاب اول و دوم یکی باشند، کدام است؟

(۴) $\frac{1}{216}$

(۳) $\frac{1}{72}$

(۲) $\frac{1}{36}$

(۱) $\frac{1}{6}$

۴۷- تاسی را سه بار انداخته‌ایم. احتمال این که اعداد رو شده یک در میان زوج و فرد نباشد، کدام است؟

(۴) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{3}{4}$

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{4}$

۴۸- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که $P(A \cap B) = \frac{3}{4}$ و $P(A \cap B') + P(B \cap A') = \frac{7}{100}$ و $P(A') + P(B') = \frac{7}{100}$ ، کدام است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{5}$

(۲) $\frac{2}{5}$

(۱) $\frac{1}{4}$

۴۹- با کدام عدد تصادفی انتخابی از مجموعه $\{1, 2, \dots, 200\}$ در تقسیم بر ۲ و ۵ باقی‌مانده یک می‌آورد، اما بر ۲۰ باقی‌مانده یک نمی‌آورد؟

(۴) $\frac{10}{200}$

(۳) $\frac{9}{200}$

(۲) $\frac{19}{200}$

(۱) $\frac{18}{200}$

محل انجام محاسبات

۵۰- با حروف کلمه «پیشامد» کلمه‌های ۶ حرفی بدون تکرار ساخته شده است. با چه احتمالی در آن «امد» وجود ندارد؟

$$\frac{1}{30} (1) \quad \frac{29}{30} (2) \quad \frac{1}{5} (3) \quad \frac{4}{5} (4)$$

۵۱- در یک تیم ۱۱ نفره، افراد با شماره‌های ۱ تا ۱۱ کنار هم ایستاده‌اند. با کدام احتمال بین شماره‌های ۱ و ۱۱ دقیقاً ۵ نفر قرار دارند؟

$$\frac{1}{11} (1) \quad \frac{1}{11} (2) \quad \frac{2}{11} (3) \quad \frac{3}{11} (4)$$

۵۲- تاسی که بر روی آن اعداد ۱، ۱، ۲، ۲، ۲، ۳ قرار دارد را دوبار انداخته‌ایم. احتمال آن که مجموع اعداد رو شده اول باشد، کدام است؟

$$\frac{5}{36} (1) \quad \frac{1}{6} (2) \quad \frac{11}{18} (3) \quad \frac{1}{3} (4)$$

۵۳- فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی $S = \{a, b, c\}$ است. اگر $P(a)$ ، $P(b)$ و $P(c)$ یک دنباله حسابی صعودی با قدرنسبت $\frac{1}{5}$ باشند،

احتمال وقوع c کدام است؟

$$\frac{1}{3} (1) \quad \frac{2}{3} (2) \quad \frac{8}{15} (3) \quad \frac{7}{15} (4)$$

۵۴- در پرتاب یک توپ به سوی ۵ حلقه، با شماره‌های ۱ تا ۵، اگر احتمال گل شدن برای حلقه به شماره k برابر $x(3k-1)$ باشد، احتمال گل

شدن برای حلقه شماره ۳ کدام است؟

$$\frac{2}{3} (1) \quad \frac{1}{3} (2) \quad \frac{1}{4} (3) \quad \frac{1}{5} (4)$$

۵۵- از بین ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ سه رقم به تصادف انتخاب و کنار هم قرار می‌دهیم. با کدام احتمال عدد به دست آمده مضرب ۶ است؟

$$\frac{1}{10} (1) \quad \frac{3}{10} (2) \quad \frac{4}{15} (3) \quad \frac{2}{15} (4)$$

سایت کنکور

آزمون شماره ۱۲

جمعه ۱۴۰۲/۰۹/۱۷



آزمون‌های سراسر گاج

گزینه درسی را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

سوالات آزمون دفترچه شماره (۲)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه	تعداد سوال: ۶۰

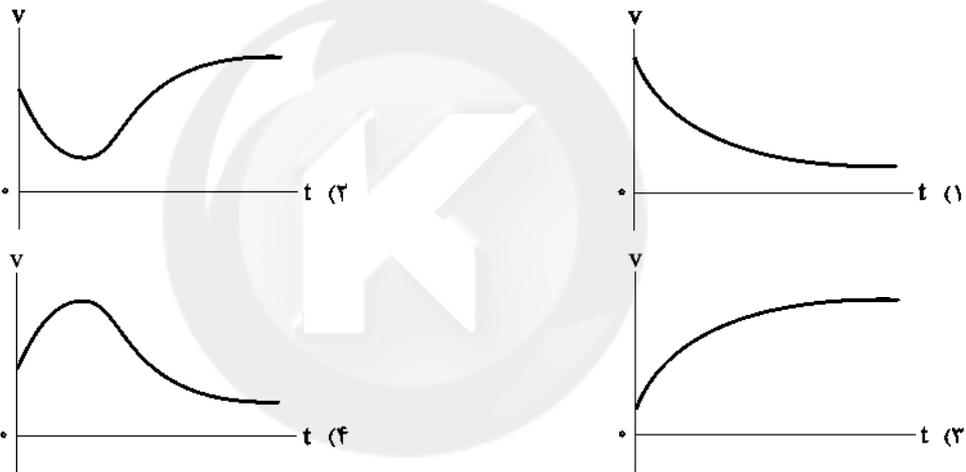
عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سوالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	تعداد سوالات		تعداد سوالات	تعداد سوالات		رشته
	کتاب	اجاری		فیزیک	شیمی	
۴۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	۲	فیزیک	۱
	۹۰	۸۱	۱۰	۱		
	۱۰۰	۹۱	۱۰	۲		
۲۵ دقیقه	۱۱۵	۱۰۱	۱۵	۳	شیمی	۲
	۱۲۵	۱۱۶	۱۰	۱		
	۱۳۵	۱۲۶	۱۰	۲		

فیزیک

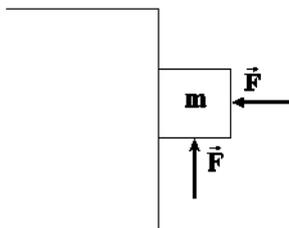


- ۵۶- موشکی از سطح زمین رو به بالا پرتاب شده و تا ارتفاع قابل ملاحظه‌ای بالا رفته و سپس در اثر اتمام سوخت، موشک به سطح زمین برمی‌گردد. کدام گزینه در مورد نیروی وزن موشک صحیح است؟
- (۱) نیروی وزن موشک از نظر اندازه حین بالا رفتن کاهش و حین برگشتن افزایش می‌یابد و از نظر جهت در کل مسیر ثابت می‌ماند.
- (۲) نیروی وزن موشک از نظر اندازه در کل مسیر کاهش یافته و از نظر جهت ثابت می‌ماند.
- (۳) اندازه وزن موشک حین بالا رفتن کاهش یافته، ولی حین برگشتن افزایش می‌یابد و در نقطه اوج (بالاترین ارتفاع از سطح زمین) جهت نیروی وزن تغییر پیدا می‌کند.
- (۴) اندازه نیروی وزن موشک حین بالا رفتن کاهش یافته، ولی حین برگشتن ثابت می‌ماند و جهت نیروی وزن در کل مسیر ثابت می‌ماند.
- ۵۷- از یک ارتفاع بلند، گلوله‌ای را در راستای قائم و با تندی بزرگ‌تر از تندی حادی رو به پایین پرتاب می‌کنیم. نمودار تندی - زمان این گلوله، کدام گزینه می‌تواند باشد؟



- ۵۸- معادله مکان - زمان جسمی به جرم 2kg که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در SI به صورت $x = 2t^2 - 4t + 3$ است. اگر اندازه نیروی افقی وارد بر این جسم برابر 18N باشد، ضریب اصطکاک جنبشی بین سطح و جسم چقدر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)
- (۱) $0/3$ (۲) $0/5$ (۳) $0/7$ (۴) $0/8$

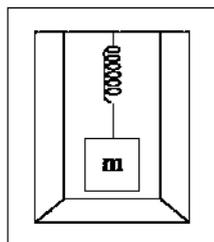
- ۵۹- مطابق شکل زیر، جسمی به جرم 20kg تحت تأثیر دو نیروی افقی و قائم یکسان به اندازه 800 نیوتون قرار دارد. نیروی اصطکاک جعبه با



دیوار قائم چند نیوتون و در کدام جهت است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$, $\mu_k = 0/2$, $\mu_s = 0/5$)

- (۱) 400 - بالا
(۲) 160 - بالا
(۳) 160 - پایین
(۴) 400 - پایین

محل انجام محاسبات



۶۰- مطابق شکل مقابل، فنری به طول 14 cm و ثابت $30 \frac{\text{N}}{\text{cm}}$ از سقف یک آسانسور آویزان بوده و به انتهای آن

جسمی متصل است. اگر وزن جسم برابر 600 N باشد و آسانسور با شتاب $5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به سمت پایین شروع به حرکت

کند، طول فنر به چند سانتی‌متر می‌رسد؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) 19 (۲) 24
(۳) 24 (۴) 29

۶۱- گلوله‌ای به جرم 5 kg را به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. در لحظه‌ای که شتاب حرکت گلوله $20 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است، بخشی از جسم به جرم m جدا شده و

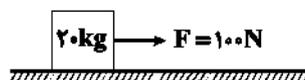
شتاب حرکت گلوله $25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ می‌شود. m چند کیلوگرم است؟ (فرض شود با جدا شدن بخشی از جرم گلوله، نیروی مقاومت هوا تغییر نمی‌کند

و $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

- (۱) $1/5$ (۲) 3 (۳) $5/3$ (۴) $0/5$

۶۲- در شکل زیر اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی جسم با سطح به ترتیب برابر با $0/6$ و $0/4$ باشد، اندازه نیرویی که سطح به جسم وارد

می‌کند، چند واحد SI است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- (۱) 100 (۲) 20
(۳) 180 (۴) $100\sqrt{5}$

۶۳- به جسمی ساکن به جرم 5 kg که روی یک سطح افقی قرار دارد، نیروی افقی $F = 30\text{ N}$ به مدت 3 ثانیه وارد شده و سپس قطع می‌شود. اگر

ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح افقی به ترتیب $0/4$ و $0/2$ باشند، معادله مکان-زمان جسم، پس از قطع شدن نیروی \vec{F} ،

در SI به کدام صورت می‌تواند باشد؟ (با فرض این‌که جسم در ابتدای اعمال نیروی \vec{F} ، در مبدأ مکان واقع شده باشد و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) $x = -2t^2 - 6t + 18$ (۲) $x = -t^2 - 6t + 10$ (۳) $x = -t^2 + 12t + 18$ (۴) $x = -2t^2 - 12t + 10$

۶۴- یک جعبه چوبی به جرم 2 kg بر روی سطح زمین قرار دارد. اگر در شرایط خلأ بدون سرعت اولیه، آن را با نیروی کشش طناب T بالا بکشیم،

پس از 4 ثانیه و اگر با نیروی کشش طناب $2T$ به سمت بالا بکشیم، پس از 2 ثانیه به ارتفاع h می‌رسد. اندازه نیروی کشش طناب T چند

نیوتون است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) 16 (۲) 20 (۳) 30 (۴) 45

۶۵- شخصی به جرم 30 kg ، داخل آسانسوری روی یک ترازوی فنری ایستاده و آسانسور با شتاب ثابت در حال حرکت است. اگر عددی که ترازو

نشان می‌دهد، $0/6$ وزن شخص (در حالت توقف آسانسور) باشد، حرکت آسانسور چگونه است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) الزاماً شتاب آسانسور رو به بالا و اندازه آن $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است. (۲) الزاماً شتاب آسانسور رو به پایین و اندازه آن $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است.

(۳) الزاماً شتاب آسانسور رو به پایین و اندازه آن $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ است. (۴) اندازه شتاب آسانسور $4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و جهت شتاب می‌تواند رو به بالا یا پایین باشد.

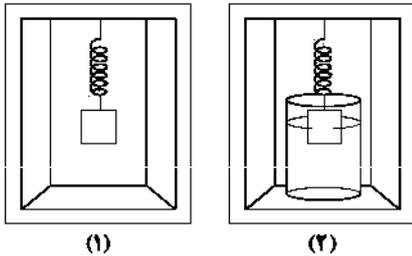
۶۶- شخصی درون یک آسانسور که شتاب تندشونده و کندشونده آن با هم برابر است، بر روی یک ترازوی فنری ایستاده است. اگر در طی حرکت آسانسور،

بیشینه عددی که ترازو نشان می‌دهد، 5 برابر کمینه مقدار آن باشند، بیشینه عددی که ترازو نشان می‌دهد، چقدر بیشتر از وزن واقعی شخص است؟

- (۱) $\frac{1}{3} mg$ (۲) $\frac{2}{3} mg$ (۳) $\frac{4}{5} mg$ (۴) $\frac{5}{3} mg$

محل انجام محاسبات

۶۷- وزنه‌ای به جرم 2 kg را از فنری مطابق شکل (۱) از سقف آسانسوری آویزان کرده‌ایم و آسانسور با شتاب a رو به بالا شروع به حرکت می‌کند و تغییرات طول فنر Δl می‌شود. اگر همان وزنه و فنر را در همان مکان داخل ظرف پر از آبی قرار دهیم و آسانسور با همان شتاب رو به بالا شروع به حرکت کند، تغییرات طول فنر $\Delta l'$ می‌شود. اگر اندازه نیروی شناوری، $\frac{6}{5}$ نیروی وزن باشد و اختلاف طول فنر در حالت (۱) و (۲)،



۱۲ سانتی‌متر شود، ثابت فنر چند نیوتون بر متر است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

- (۱) ۵۰
(۲) ۱۰۰
(۳) ۲۰۰
(۴) ۴۵۰

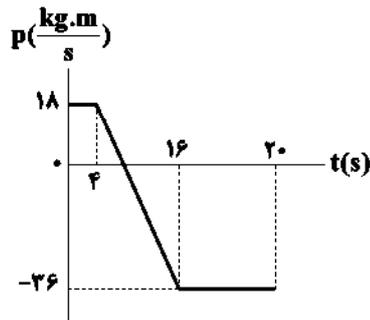
۶۸- معادله انرژی جنبشی برحسب زمان برای جسمی به جرم 6 kg در SI به صورت $K = 9t^2 + 4\cos(\pi t)$ است. اندازه تکانه جسم در لحظه $t = \frac{1}{3}\text{ s}$ چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟

- (۱) ۶ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) ۳۶ (۴) ۱۸

۶۹- از یک شلنگ آبی، آب با آهنگ $4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$ خارج می‌شود و با سرعت $15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به دیوار مقابل برخورد می‌کند. اندازه نیروی خالص وارد بر دیوار توسط آب چند نیوتون است؟ (از بازگشت آب از دیوار صرف‌نظر شود).

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۴۵ (۴) ۶۰

۷۰- نمودار تکانه - زمان جسمی که بر روی محور X حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اندازه نیروی متوسط وارد بر جسم در لحظه‌هایی که در جهت محور X حرکت می‌کند، چند نیوتون است؟

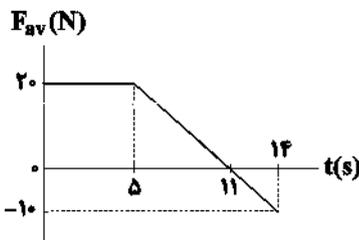


- (۱) ۴
(۲) ۶
(۳) $\frac{9}{4}$
(۴) ۳

۷۱- معادله تکانه - زمان متحرکی با جرم 2 kg که روی محور X حرکت می‌کند، در SI به صورت $p = 2t - 3$ می‌باشد. نوع حرکت متحرک در ۲ ثانیه اول حرکتش، چگونه و اندازه شتاب متوسط این متحرک در این بازه زمانی، چند واحد SI است؟

- (۱) ابتدا تندشونده و سپس کندشونده - ۱
(۲) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده - ۱
(۳) همواره کندشونده - $1/5$
(۴) همواره تندشونده - $1/5$

۷۲- نمودار نیروی متوسط وارد بر جسمی به جرم 29 kg ، برحسب زمان، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این جسم از ابتدای حرکت تا لحظه $t = 14\text{ s}$ ، چند متر بر مجذور ثانیه است؟



- (۱) $\frac{5}{14}$
(۲) $\frac{14}{5}$
(۳) $\frac{4}{5}$
(۴) $\frac{5}{4}$

محل انجام محاسبات

۷۲- با نخ به طول 200cm جسمی به جرم 800g را روی سطح افقی بدون اصطکاک به حرکت درمی آوریم به گونه ای که جسم روی دایره ای حرکت کند. جسم در هر 2 دقیقه، 370° از دایره را طی می کند. اندازه تکانه این جسم در حین دوران چند واحد SI است؟ ($\pi = 3$)

(۱) $\frac{1}{16}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{1}{160}$ (۴) $\frac{2}{50}$

۷۴- در کدام گزینه، جهت سرعت و شتاب به درستی رسم شده است؟



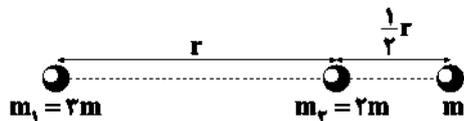
۷۵- در سطح جاده ای، نوعی روغن ریخته شده و همین امر باعث شده ضریب اصطکاک بین سطح جاده و لاستیک خودرو 25% درصد نسبت به حالت عادی کاهش یابد. در این حالت حداکثر سرعت مجاز خودرو برای عبور از پیچی به شعاع R چند درصد کاهش می یابد؟ ($\sqrt{3} = 1.7$)

(۱) 75 (۲) 85 (۳) 15 (۴) 25

۷۶- دو جسم A و B به جرم های m_A و $m_B = \frac{1}{9}m_A$ در فاصله 24 متری از یکدیگر قرار دارند. جسمی به جرم m را در چه فاصله ای از جسم A قرار دهیم تا به آن هیچ نیروی گرانشی از طرف جسم های A و B وارد نشود؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) 12 (۲) 18 (۳) 6 (۴) 9

۷۷- در شکل زیر، جرم m_1 به جرم m نیروی گرانشی به بزرگی 3N وارد می کند. نیروی گرانشی خالص وارد بر جرم m چند نیوتون و در کدام جهت است؟



- (۱) 180° و به سمت چپ
(۲) 210° و به سمت چپ
(۳) 180° و به سمت راست
(۴) 210° و به سمت راست

۷۸- وزن جسم A در سطح مریخ، دو برابر وزن جسم B در سطح ماه است. اگر در سطح زمین، وزن جسم B ، 80 نیوتون بیشتر از وزن جسم A باشد، جرم جسم B چند کیلوگرم است؟ ($g_{\text{زمین}} = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، $g_{\text{ماه}} = 1/6 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ ، $g_{\text{مریخ}} = 3/6 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

(۱) 36 (۲) 64 (۳) 72 (۴) 80

۷۹- دو جسم با جرم های مشابه m در فاصله d از یکدیگر، نیروی گرانشی به بزرگی 8kN و دو جسم با جرم های مشابه M در همان فاصله، نیروی گرانشی به بزرگی 12kN را به یکدیگر وارد می کنند. اندازه نیروی گرانشی که دو جسم با جرم های $(M+m)$ و $(M-m)$ در فاصله d به یکدیگر وارد می کنند، چند نیوتون است؟

(۱) 2000 (۲) 4000 (۳) 8000 (۴) 10000

۸۰- شتاب گرانش زمین در فاصله $3R_e$ از مرکز زمین برابر g_1 است. در چه فاصله ای از سطح زمین شتاب گرانش زمین برابر با $\frac{g_1}{9}$ است؟

(۱) $3R_e$ (۲) $9R_e$ (۳) $5R_e$ (۴) $8R_e$

محل انجام محاسبات

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک ۱)، شماره ۸۱ تا ۹۰ و زوج درس ۲ (فیزیک ۲)، شماره ۹۱ تا ۱۰۰، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

فیزیک ۱ (سؤالات ۸۱ تا ۹۰)

زوج درس ۱

۸۱- در یک فرایند بی‌دررو، فشار گاز در حال افزایش است. حجم، دمای مطلق و چگالی گاز به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟

(۱) کاهش - افزایش - افزایش (۲) کاهش - افزایش - کاهش (۳) کاهش - کاهش - افزایش (۴) افزایش - افزایش - کاهش

۸۲- مطابق شکل مقابل، درون یک پیستون، گاز کامل در دمای 450°C کلویین محبوس است. اگر دمای گاز

به آرامی به 280°C کلویین برسد، پیستون چند سانتی‌متر و چگونه جابه‌جا می‌شود؟ (از نیروهای

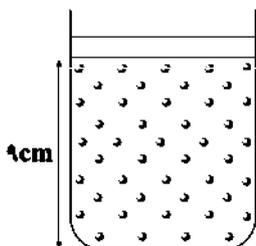
اتلافی چشم‌پوشی شود.)

(۱) بالا می‌رود.

(۲) $2/8$ - بالا می‌رود.

(۳) $1/4$ - پایین می‌رود.

(۴) $2/8$ - پایین می‌رود.



۸۳- یک حبیب دارای حجم $3/5$ سانتی‌متر مکعب در دمای 41°C درجه فارنهایت و در فشار 139 کیلوپاسکال در عمق دریاچه‌ای قرار دارد. اگر این حبیب به سطح دریاچه که دارای دمای 37°C درجه سلسیوس و فشار 100 کیلوپاسکال است، برسد، حجم حبیب چند سانتی‌متر مکعب تغییر خواهد کرد؟

(۴) $5/6$

(۳) $5/425$

(۲) $3/85$

(۱) $1/925$

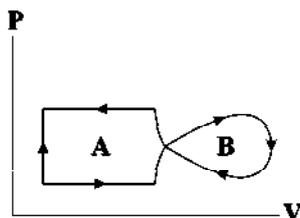
۸۴- یک دستگاه ترمودینامیکی، شامل دو چرخه ترمودینامیکی است که نمودار $P-V$ این دستگاه مطابق شکل زیر است. به ترتیب (از راست به چپ) علامت کار در چرخه A و علامت کار در کل دستگاه در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

(۱) مثبت - منفی

(۲) مثبت - مثبت

(۳) منفی - منفی

(۴) مثبت - اظهار نظر قطعی ممکن نیست.



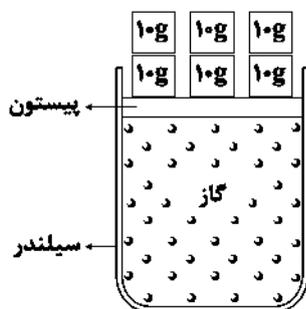
۸۵- مطابق شکل مقابل، یک سیلندر و پیستون موجود است که به طور کامل عایق شده است و مقداری گاز درون مجموعه سیلندر و پیستون محبوس است. اگر به آرامی وزنه‌های 10° گرمی را از روی پیستون برداریم، تغییرات دمای گاز حبس شده و علامت کار انجام‌شده روی گاز در این فرایند به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

(۱) کاهش می‌یابد - مثبت است.

(۲) افزایش می‌یابد - منفی است.

(۳) کاهش می‌یابد - منفی است.

(۴) افزایش می‌یابد - مثبت است.



مجموعه به خوبی عایق بندی شده است.

۸۶- مطابق نمودار شکل زیر، 2 مول گاز کامل تک‌اتمی، فرایندهای $A \rightarrow B$ و $B \rightarrow C$ را طی می‌کند. در فرایند $A \rightarrow B \rightarrow C$ کار انجام‌شده

$V(\text{m}^3)$

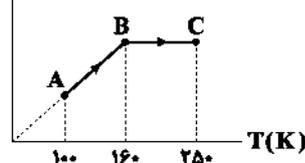
توسط گاز روی محیط چند کیلوژول است؟ ($R = 8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}$)

(۱) -960

(۲) -3040

(۳) 960

(۴) 3040



محل انجام محاسبات

۸۷- یخچالی آرمانی برای تبدیل 1kg آب با دمای 20°C به آب یا دمای صفر درجه سلسیوس، 16800J کار انجام می‌دهد. در این صورت مقدار

$$C_p = \frac{J}{\text{kg} \cdot ^{\circ}\text{C}} = 4200$$

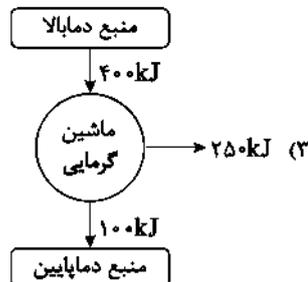
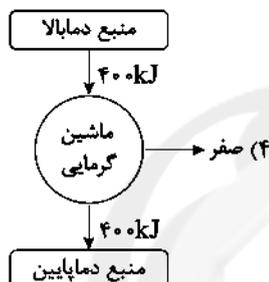
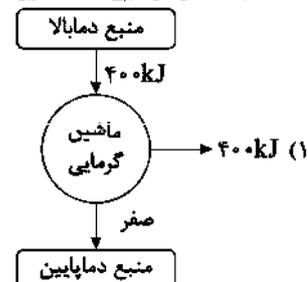
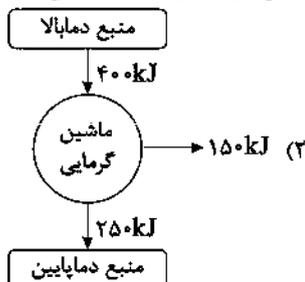
۱۴/۸ (۴)

۱۰۰/۸ (۳)

۱۴/۸ (۲)

۸۴ (۱)

۸۸- در کدام ماشین گرمایی زیر، قانون اول ترمودینامیک برقرار است، ولی قانون دوم ترمودینامیک نقض شده است؟



۸۹- یک ماشین گرمایی را در نظر بگیرید که هر چرخه خود را در مدت زمان ۵ ثانیه طی می‌کند. اگر این ماشین دارای بازده ۲۸ درصد بوده و در هر چرخه $1/96$ کیلوژول کار انجام دهد، در هر شبانه‌روز کامل تقریباً چند مگاژول گرما به منبع دما پایین می‌دهد؟

۲۶۱ (۴)

۱۷۴ (۳)

۸۷ (۲)

۴۳/۵ (۱)

۹۰- درون یک مخزن، 4m^3 گاز آرمانی در دمای 59°F وجود دارد و فشارسنج فشار مخزن را ۱۷ اتمسفر نشان می‌دهد. اگر دمای گاز را 96°C کاهش دهیم و حجم آن را 100L افزایش دهیم، فشارسنج چه عددی را برحسب اتمسفر نشان می‌دهد؟ ($P_0 = 1\text{atm}$)

۱۲/۲ (۴)

۱۰/۲ (۳)

۹/۶ (۲)

۸/۶ (۱)

زوج درس ۲

فیزیک ۲ (سوالات ۹۱ تا ۱۰۰)

۹۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) برای انتقال توان الکتریکی در فاصله‌های دور، تا جای ممکن از ولتاژهای بالا و جریان‌های کم استفاده می‌شود.

(ب) در انتقال توان الکتریکی، در انتهای مسیر و قبل از ورود به محل مصرف، مبدل کاهنده قرار می‌دهند تا ولتاژ را کاهش دهند.

(ج) برای تغییرات ولتاژ از ژنراتور استفاده می‌شود.

(د) یکی از مزیت‌های مهم توزیع توان الکتریکی جریان متناوب بر جریان مستقیم آن است که افزایش و کاهش ولتاژ جریان متناوب، ساده‌تر است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۹۲- در مولد جریان متناوب، در لحظه‌ای که اندازه‌آهنک تغییر شار مغناطیسی، بیشینه است، شار مغناطیسی عبوری از پیچه است و جریان الکتریکی متوسط در مدت‌زمان یک دوره است.

(۴) بیشینه - مخالف صفر

(۳) بیشینه - صفر

(۲) مخالف صفر

(۱) صفر - صفر

۹۳- سیم‌لوله‌ای داریم که از 1000 حلقه نزدیک به هم تشکیل شده است. اگر مساحت سطح مقطع این سیم‌لوله برابر با 20cm^2 و طول آن برابر

$$\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T} \cdot \text{m}}{\text{A}}$$

۶ (۴)

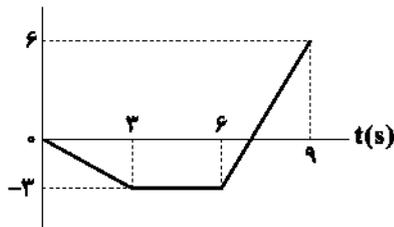
۴/۵ (۳)

۳ (۲)

۱/۵ (۱)

محل انجام محاسبات

۹۴- نمودار تغییرات شار مغناطیسی عبوری از یک حلقه رسانا بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در این حلقه در بازه زمانی $t = 2s$ تا $t = 4s$ ثانیه چند میلی‌ولت است؟

 $\Phi(Wb)$ 

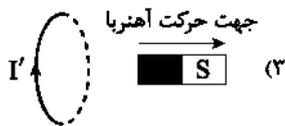
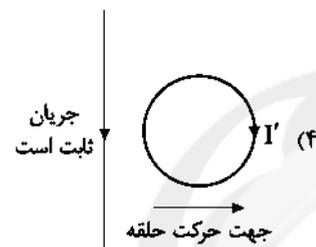
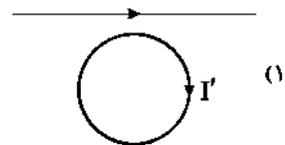
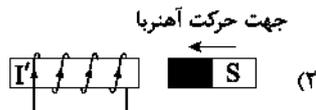
(۱) ۲۰۰

(۲) ۰/۲

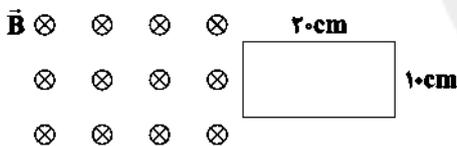
(۳) ۴۰۰

(۴) ۰/۴

۹۵- در کدام گزینه جهت جریان القایی (I') به درستی رسم شده است؟
جریان در حال افزایش است



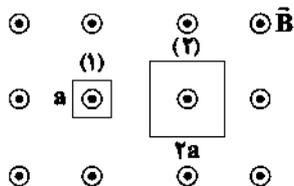
۹۶- مطابق شکل زیر، یک قاب رسانای مستطیل شکل با تندی ثابت $2/5 \frac{cm}{s}$ در حال وارد شدن به میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به برگی $500G$ است. جهت جریان القایی در قاب و بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در آن از لحظه ورود به میدان تا لحظه‌ای که قاب به طور کامل در میدان قرار می‌گیرد، چند ولت است؟

(۱) ساعتگرد - $2/5 \times 10^{-4}$ (۲) پادساعتگرد - $2/5 \times 10^{-4}$ (۳) ساعتگرد - $1/25 \times 10^{-4}$ (۴) پادساعتگرد - $1/25 \times 10^{-4}$

۹۷- سیملوله‌های A و B بدون هسته با سطح مقطع و تعداد دور یکسان هستند. اگر طول سیملوله A، دو برابر طول سیملوله B و جریان عبوری از سیملوله A نصف جریان عبوری از سیملوله B باشد، انرژی ذخیره‌شده در سیملوله A چند برابر انرژی ذخیره‌شده در سیملوله B است؟

 $\frac{1}{16}$ (۴) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۱)

۹۸- در شکل زیر، دو قاب فلزی مربعی شکل، عمود بر خطوط میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} قرار دارند. بزرگی میدان مغناطیسی در مدت $50ms$ از $0.8T$ بدون تغییر جهت به $0.2T$ می‌رسد. اگر در این مدت، نیروی محرکه القایی متوسط در قاب (۲)، $90mV$ بیشتر از نیروی محرکه القایی متوسط در قاب (۱) باشد، طول ضلع قاب (۱) چند سانتی‌متر است؟



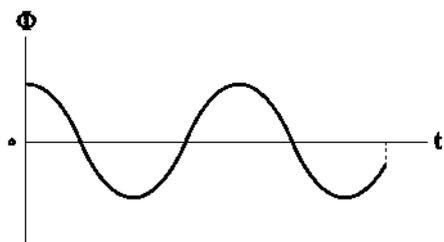
(۱) ۲/۵

(۲) ۵

(۳) ۷/۵

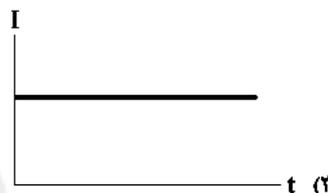
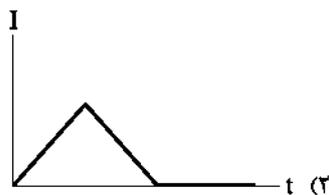
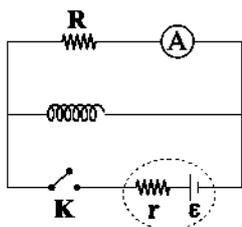
(۴) ۱۰

۹۹- نمودار شار مغناطیسی گذرنده از یک حلقه رسانا بر حسب زمان مطابق شکل زیر است. در بازه زمانی صفر تا t چند بار جریان القایی عبوری از حلقه $+I_m$ می‌شود؟



- (۱) ۳
(۲) ۲
(۳) ۱
(۴) صفر

۱۰۰- با بستن کلید K در مدار شکل زیر، نمودار جریان گذرنده از آمپرسنج ایده‌آل چگونه تغییر می‌کند؟ (مقاومت الکتریکی الفاکر، ناچیز است.)



شیمی



۱۰۱- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- تنها راه بهره‌گیری از انرژی ذخیره‌شده در فلزها، اتصال آنها در شرایط مناسب به یکدیگر است.
 - یکی از قلمروهای الکتروشیمی، اندازه‌گیری و کنترل کیفی (اطمینان از کیفیت فراورده) است.
 - در گذشته برای عکاسی از سوختن Mn به عنوان منبع نور استفاده می‌شد.
 - چراغ خورشیدی یک ابزار روشنایی است که از لامپ LED، سلول سوختی و باتری قابل شارژ تشکیل شده است.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۲- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با واکنش میان فلز روی و گاز اکسیژن درست است؟

- هر مول از فراورده (روی اکسید) در اثر انتقال ۲ مول الکترون بین واکنش‌دهنده‌ها تشکیل شده است.
 - معادله نیم‌واکنش اکسایش آن به صورت $Zn(s) \rightarrow Zn^{2+}(aq) + 2e^-$ است.
 - اتم فلز روی در اثر از دست دادن الکترون، یک لایه الکترونی آن گم شده و در نتیجه شعاع آن، کاهش می‌یابد.
 - یون اکسید برخلاف یون روی، قاعده هشت‌تایی را رعایت می‌کند.
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۰۳- آنتالپی واکنش فلز روی با محلول نقره نیترات برابر -۷۰ kcal است. اگر تیغه‌ای از فلز روی را در محلولی از نقره نیترات قرار دهیم، هنگامی که $۸۸/۲$ کیلوژول گرما آزاد شده است، چند گرم به جرم تیغه افزوده شده است؟ (فقط ۶۰٪ فلز تولید شده بر سطح تیغه می‌نشیند.)

($Zn = ۶۵$, $Ag = ۱۰۸: \text{g.mol}^{-1}$) ($\text{cal} = ۴/۲ \text{ J}$)

۲۰/۷۰ (۴)

۲۷/۱۸ (۳)

۰/۰۶ (۲)

۱۹/۳۸ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۰۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- در سلول گالوانی می توان به جای لامپ از ولتسنج یا منبع جریان برق استفاده کرد.
- سلول گالوانی دستگاهی است که می تواند براساس قدرت اکسندنی فلزها، جریان الکتریکی تولید کند.
- در سلول گالوانی، الکترودی که در آن الکترون تولید می شود را با علامت منفی نشان می دهیم.
- واکنش میلان تیغه روی و محلول مس (II) سولفات را می توان به گونه ای انجام داد تا همراه با تولید گرما، جریان الکتریکی نیز ایجاد کرد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۰۵- با توجه به داده های جدول زیر، الکتروود منگنز با الکتروود کدام فلز می تواند یک سلول گالوانی تشکیل دهد که در آن، الکتروود منگنز نقش

کاتد را داشته باشد و در این شرایط E° سلول چند ولت است؟

نیم واکنش	$E^{\circ} (V)$
$\text{Sn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^{-} \rightleftharpoons \text{Sn}(\text{s})$	-۰/۱۴
$\text{Mn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^{-} \rightleftharpoons \text{Mn}(\text{s})$	-۱/۱۸
$\text{Al}^{3+}(\text{aq}) + 3\text{e}^{-} \rightleftharpoons \text{Al}(\text{s})$	-۱/۶۶

۱ (۱) ۱/۰۴

۲ (۲) ۱/۳۲

۳ (۳) ۰/۴۸

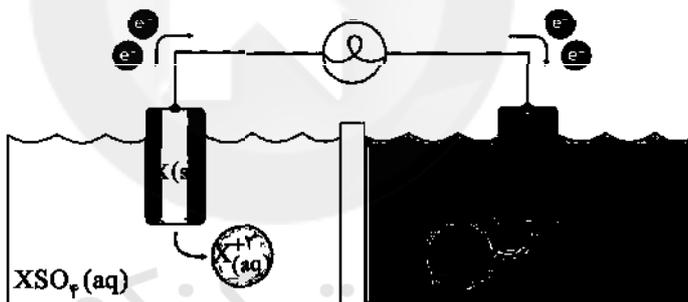
۴ (۴) ۲/۸۴

۱۰۶- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با سری الکتروشیمیایی درست است؟

- در هر نیم واکنش این جدول، گونه کاهنده در سمت راست و گونه اکسنده در سمت چپ نوشته می شود.
- با حرکت از پایین به بالا، قدرت اکسندگی اتم های فلزی بیشتر می شود.
- در این جدول، علامت E° فلزهایی که راحت تر از گاز هیدروژن، اکسایش می یابند، منفی است.
- در این جدول، نیم واکنش ها به شکل کاهش نوشته می شود و در نتیجه e^{-} جزو واکنش دهنده های نیم واکنش است.

۱ (۱) ۳ (۳) ۴ (۴) ۲ (۴)

۱۰۷- با توجه به شکل زیر، کدام عبارت ها درست اند؟



آ) الکترودهای A و X به ترتیب می توانند نقره و آهن باشند.

ب) الکترون ها با عبور از دیواره متخلخل به سمت الکتروود مثبت حرکت می کنند.

پ) در محلول مربوط به نیم سلول X، غلظت کاتیون افزایش و در سمت دیگر دیواره، غلظت کاتیون کاهش می یابد.

ت) کاتیون های عنصر A از دیواره عبور نمی کنند.

۱ «آ»، «ب» ۲ «پ»، «ت» ۳ «آ»، «ب» و «پ» ۴ «ب»، «ت»

۱۰۸- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با سلول گالوانی استاندارد روی - آهن درست است؟

$$(E^{\circ}(\text{Fe}^{2+}/\text{Fe}) = -0/44V, E^{\circ}(\text{Zn}^{2+}/\text{Zn}) = -0/76V)$$

• واکنش کلی سلول به صورت $\text{Fe}^{2+}(\text{aq}) + \text{Zn}(\text{s}) \rightarrow \text{Fe}(\text{s}) + \text{Zn}^{2+}(\text{aq})$ است.

• با گذشت زمان، غلظت کاتیون روی در بخش آندی افزایش می یابد.

• آنیون ها با عبور از دیواره متخلخل به سمت نیم سلول قطب مثبت مهاجرت می کنند.

• واکنش انجام شده در این سلول به طور طبیعی انجام می شود و سطح انرژی فرآورده ها پایین تر از واکنش دهنده ها است.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

محل انجام محاسبات

۱۱۵- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با لیتیم و باتری لیتیمی درست است؟

- لیتیم برای ذخیره انرژی الکتریکی، فلز ارزشمندی محسوب می‌شود.
- در هر کدم از باتری‌های لیتیمی با انجام شدن نیم‌واکنش‌های آندی و کاتدی، جریان الکتریکی در مدار بیرونی برقرار می‌شود.
- در میان عنصرها، لیتیم کم‌ترین چگالی و E° را دارد.
- یکی از محدودیتهای باتری لیتیمی این است که حداکثر ولتاژ تولیدی آنها ۳V است.

۳ (۴)

۱ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (شیمی (۱)، شماره ۱۱۶ تا ۱۲۵) و زوج درس ۲ (شیمی (۲)، شماره ۱۲۶ تا ۱۳۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

شیمی (۱) (سؤالات ۱۱۶ تا ۱۲۵)

۱۱۶- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- اغلب سنگ‌های کلبه از رسوب کردن برخی نمک‌های کلسیم‌دار در کلبه‌ها تشکیل می‌شوند.
- انحلال‌پذیری شکر در آب در دمای 25°C بیشتر از 100°C گرم است.
- در دمای 25°C انحلال‌پذیری کلسیم سولفات در آب بیشتر از نمک‌های کلسیم فسفات و باریم سولفات است.
- آب جزء معدود موادی است که به هر سه حالت جامد، مایع و گاز (بخار) در طبیعت یافت می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۷- اگر در دمای 22°C انحلال‌پذیری نمک‌های پتاسیم نیترات (a)، پتاسیم کلرید (b) و لیتیم سولفات (c) در آب با هم برابر باشد، چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- مقایسه انحلال‌پذیری این سه نمک در دمای 50°C به صورت $a < b < c$ درست است.
- در دمای 0°C مقایسه انحلال‌پذیری این سه نمک به صورت $a < b < c$ درست است.
- برای تهیه محلول فراسیرشده از هر کدام از این نمک‌ها، می‌توان دمای محلول سیرنشده از آن‌ها را به آهستگی کاهش داد.
- در دمای 40°C ، تفاوت انحلال‌پذیری نمک‌های a و b، بیشتر از تفاوت انحلال‌پذیری نمک‌های b و c است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۱۸- محلول سیرشده‌ای از سدیم نیترات در دمای 10°C و به جرم 144g وجود دارد. اگر این محلول شامل $17/31\text{g}$ یون سدیم باشد و با سرد کردن این محلول تا دمای 0°C ، حداکثر 6g رسوب تشکیل شود، درصد جرمی محلول سیرشده این نمک در دمای 0°C کدام است؟

($\text{Na} = 23, \text{N} = 14, \text{O} = 16; \text{g.mol}^{-1}$)

۴۲ (۴)

۲۸ (۳)

۴۸ (۲)

۳۰ (۱)

۱۱۹- در جفت ترکیب ، مورد ، جرم مولی عامل تعیین کننده در بالاتر بودن نقطه جوش نیست.

(۱) (استون، اتانول) - برخلاف - (هیدروژن فلوئورید، هیدروژن کلرید)

(۲) (استون، اتانول) - همانند - (آب، هیدروژن سولفید)

(۳) (هیدروژن کلرید، هیدروژن برمید) - برخلاف - (آمونیاک، PH_3)

(۴) (PH_3 ، AsH_3) - همانند - (یُد - برم)

محل انجام محاسبات

- ۱۲۰- در دمای 25°C جرم چهار محلول آبی سیر شده از گازهای اکسیژن، نیتروژن، کربن دی اکسید و نیتروژن مونوکسید با هم برابر است. چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با آن‌ها درست است؟ (هیچ‌کدام از گازها با آب، واکنش شیمیایی نمی‌دهند).
- جرم آب موجود در محلول شامل گاز نیتروژن، بیشتر از سه محلول دیگر است.
 - جرم آب موجود در محلول شامل گاز کربن دی اکسید، کم‌تر از سه محلول دیگر است.
 - با کاهش دما تا 10°C ، هر کدام از این محلول‌ها به یک محلول سیر نشده تبدیل می‌شوند.
 - با افزایش فشار گازها از 1atm به 2atm ، انحلال پذیری گازها افزایش می‌یابد، اما دو برابر نمی‌شود.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۱- با عبور آب آلوده از صافی کربن، چه تعداد از آلاینده‌های زیر حذف شده و از این منظر، این روش تصفیه مشابه کدام یک از دو روش اسمز معکوس و تقطیر است؟

- « • نافلزها / • فلزهای سمی / • میکروب‌ها / • ترکیب‌های آلی فرار / • حشره‌کش‌ها و آفت‌کش‌ها »
- ۱ (۱) اسمز معکوس ۲ (۲) اسمز معکوس ۳ (۳) تقطیر ۴ (۴) تقطیر

۱۲۲- چه تعداد از عبارت‌های زیر در ارتباط با هگزان درست است؟

- گشتاور دوقطبی مولکول آن در مقایسه با مولکول‌های اکسیژن و استون، به ترتیب بزرگ‌تر و کوچک‌تر است.
- هر گرم از آن در مقایسه با یک گرم آب، حجم بیشتری اشغال می‌کند.
- از نظر همگن یا ناهمگن بودن، مخلوط ید و هگزان، مشابه بنزین خودرو است.
- در مخلوط آن با آب که ناهمگن است، اجزای مخلوط به میزان ناچیزی در یک‌دیگر حل می‌شوند، اما قابل چشم‌پوشی است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۳- چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- در میان صنایع، صنعت پوشاک بیشترین حجم آب مصرفی را به خود اختصاص داده است.
- میانگین ردپای آب برای هر فرد در یک سال در حدود ۱۰ هزار مترمکعب است.
- ردپای آب، همه‌آبی را که در تولید کالاها مصرف می‌شود، نشان می‌دهد و شامل ارائه خدمات نیست.
- همه‌آب‌های مصرفی در کشاورزی، دامداری، نساجی، بهداشت، خانه، مدرسه و دانشگاه از آب‌های سطحی (آب رود، نهر آب شیرین و دریاچه) تأمین می‌شود.

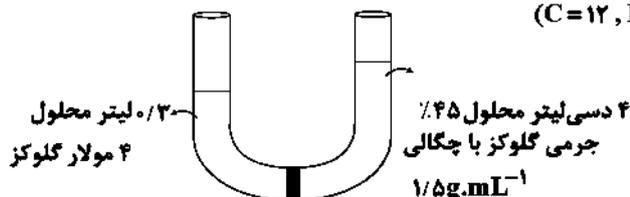
- ۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۲۴- کدام مطالب زیر درست‌اند؟

- آ) وقتی که خیابان در محلول آب نمک قرار بگیرد، مقدار زیادی از آب داخل خیابان، از آن خارج و وارد محلول آب می‌شود.
- ب) وقتی که خیابان در محلول آب نمک قرار می‌گیرد، هر چه غلظت نمک بالاتر باشد، خیابان بیشتر چروکیده می‌شود.
- پ) با قرار دادن حبوبات درون آب، فقط مولکول‌های آب از روزنه‌های دیواره سلولی عبور می‌کنند.
- ت) هنگامی که میوه‌های خشک را برای مدتی در آب قرار دهیم به دلیل پدیده اسمز معکوس، متورم می‌شوند.
- ۱ «آ»، «ب» ۲ «آ»، «ب» و «ت» ۳ «پ»، «ت» ۴ «آ»، «پ»

۱۲۵- اگر غشای نشان داده شده در شکل، فقط اجازه عبور مولکول‌های آب را بدهد، با پایان فرایند اسمز، حجم محلول سمت چپ در مقایسه با

حجم محلول سمت راست چگونه است؟ ($C = 12, H = 1, O = 16: \text{g.mol}^{-1}$)



- ۱) 122mL بیشتر
- ۲) 78mL بیشتر
- ۳) 122mL کمتر
- ۴) 78mL کمتر

محل انجام محاسبات

۱۳۲- پلی‌اتن سبک و پلی‌اتن سنگین در چه تعداد از موارد زیر با هم تفاوت دارند؟

- شناور ماندن بر روی آب یا غوطه‌ور شدن در آب
- میزان شفافیت
- شرایط انجام واکنش پلیمری شدن (دما و فشار)
- کاتالیزگر به کار رفته در واکنش پلیمری شدن
- شمار شاخه‌ها در ساختار پلیمر
- شمار مولکول‌های مونومر سازنده

۱ (۶) ۲ (۵) ۳ (۴) ۴ (۳)

۱۳۳- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

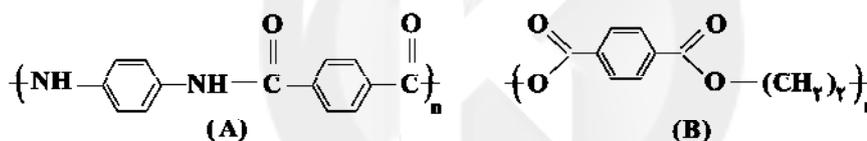
- کولار یک نوع پلی‌آمید است که از فولاد هم‌جرم خود، پنج برابر مقاوم‌تر است.

• شاخ‌گوزن و پشم گوسفند نمونه‌ای از پلیمرهایی هستند که در آن‌ها گروه —C(=O)—N— در طول زنجیره کربنی تکرار شده است.

- لباس‌های نخی در شهری مانند تبریز در مقایسه با شهری مانند بندرعباس، زودتر پوسیده می‌شوند.
- پلی‌لاکتیک اسید وقتی که در طبیعت رها می‌شود طی ۶ تا ۲۴ روز تخریب شده و به مولکول‌های ساده‌تر تبدیل می‌شود.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۱۳۴- کدام مطالب زیر در مورد پلیمرهای A و B درست‌اند؟



(آ) مونومرهای اسیدی دو پلیمر A و B، یکسان است.

(ب) نیروی بین مولکولی در پلیمر A از نوع پیوند هیدروژنی است.

(پ) اگر به جای یکی از گروه‌های هیدروکسیل در الکل‌سازنده پلیمر B، یک اتم H قرار گیرد، الکل معمولی به دست می‌آید.

(ت) مولکول نیتروژن‌دار سازنده پلیمر A دارای ۲۱ جفت الکترون پیوندی است.

۱) «آ»، «ت» ۲) «ب»، «پ» ۳) «آ»، «ب» و «پ» ۴) «پ»، «ت»

۱۳۵- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با ویتامین‌های A، K، C و D درست است؟

- نیروی بین مولکولی غالب در ویتامین C برخلاف سه ویتامین دیگر، پیوند هیدروژنی است.
- در ساختار هر کدام از ویتامین‌های A، D، K، حلقه ۶ کربنی سیرنشده وجود دارد.
- انحلال‌پذیری ویتامین K در روغن، در مقایسه با ویتامین C بیشتر است.
- شمار گروه عاملی هیدروکسیل در ویتامین‌های A و D با هم برابر است.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)



آزمون شماره ۱۲

جمعه ۱۴۰۲/۰۹/۱۷

آزمون‌های سراسری گاج

گزینه دروس را انتخاب کنید.

سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳

پاسخنامه تشریحی دفترچه شماره (۳)

پایه دوازدهم ریاضی

دوره دوم متوسطه

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۱۵۵ دقیقه	تعداد سوال: ۱۱۵

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

مدت پاسخگویی	شماره سوال		تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
	از	تا			
۸۵ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۲	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته	
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۳	
	۳۵	۳۱	۵	ریاضی ۱	
	۴۰	۳۶	۵	حسابان ۱	
	۴۵	۴۱	۵	هندسه ۱	
	۵۵	۴۶	۱۰	آمار و احتمال	
۴۵ دقیقه	۸۰	۵۶	۲۵	فیزیک ۳	۲
	۹۰	۸۱	۱۰	فیزیک ۱	
	۱۰۰	۹۱	۱۰	فیزیک ۲	
۲۵ دقیقه	۱۱۵	۱۰۱	۱۵	شیمی ۳	۳
	۱۲۵	۱۱۶	۱۰	شیمی ۱	
	۱۳۵	۱۲۶	۱۰	شیمی ۲	

آزمون‌های سراسر گاج

ویزاستاران علمی	طراحان		دروس
محدثه کارگر فرد - مهدی وارسته علی عرب - ندا فرهنگتی مینا نظری	سیروس نصیری - محمدرضا سیاح حسین نادری - مجید فرهمندپور غشایار خاکی - سید محمدرضا حسینی فرد علی ایمانی		ریاضیات
مروارید شاه‌حسینی سارا دانایی کجانی	مروارید شاه‌حسینی	مسئول درس	فیزیک
	ارسلان رحمانی - امین برزگر امیرحسین رستگار - شهاب نصیری پویا هدایتی - امیررضا خوئینی‌ها	طراحان	
ایمان زارعی - میلاد عزیزی رضیه قربانی	پویا الفتی		شیمی

فروشگاه مرکزی گاج، تهران - خیابان انقلاب
نیش بازارچه کتاب

اطلاع رسانی و ثبت نام ۰۲۱-۶۴۲۰

نشانی اینترنتی www.gaj.ir

سایت کنکور

آماده‌سازی آزمون

بازیابی و نظارت نهایی: سارا نظری

برنامه‌ریزی و هماهنگی: سارا نظری - مینا نظری

بازیابی دفترچه: بهاره سلیمی - عطیه خادمی

ویزاستاران فنی: ساناز فلاحی - مروارید شاه‌حسینی - مریم پارسائیان - سپیده‌سادات شریفی - مریم علیپور

مسئیرست واحد فنی: سعیده قاسمی

صفحه‌آرایی: فرهاد عبدی

طراح شکل: لارزو گلفر

حروفنگارگان: مینا عباسی - حدیث فیض‌الهی - فرزانه رجبی - ربابه الطافی - فاطمه میرزایی - سحر فاضلی

۲ ۸

$$\Delta < 0 \Rightarrow (-2 \cos \theta)^2 - 2(\sin \theta) < 0$$

$$\Rightarrow -4(\sin^2 \theta + 2 \sin \theta - 2) < 0$$

$$\Rightarrow (\sin \theta - 1)(\sin \theta + 2) > 0 \Rightarrow \sin \theta > \frac{1}{2}$$

$$\frac{\pi}{6} < \theta < \frac{5\pi}{6} \Rightarrow b - a = \frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{6} = \frac{4\pi}{6}$$

۳ ۹

$$f(x) = \sin^2 x \cos^2 x (\sin^2 x + \cos^2 x) = \frac{1}{4} \sin^2 2x$$

$$\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{2}} = \frac{4\pi}{\pi} = 4$$

۲ ۱۰

$$\cos^2 x = 1 + \sin^2 x$$

$$\begin{cases} 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \\ 1 \leq 1 + \sin^2 x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \cos^2 x = 1 \Rightarrow \cos x = \pm 1 \\ 1 + \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin x = 0 \end{cases} \Rightarrow x = 0, \pi, 2\pi$$

۱۱) شرط این که معادله $ax \equiv b \pmod{m}$ جواب داشته باشد آن است که $(a, m) | b$

$$(7a + 3, 5a - 2) = d$$

$$\left. \begin{aligned} d | 7a + 3 &\Rightarrow d | 7(5a - 2) + 15 \\ d | 5a - 2 &\Rightarrow d | -2(5a - 2) + 14 \end{aligned} \right\} \Rightarrow d | 29 \Rightarrow \begin{cases} d = 1 \\ d = 29 \end{cases}$$

اگر $d = 1$ باشد چون $1 | 18$ معادله جواب دارد و اگر $d = 29$ باشد چون $29 \nmid 18$ معادله جواب ندارد پس $d = 29$ است.

$$\left. \begin{aligned} 29 | 5a - 2 &\Rightarrow 29 | 30a - 12 \\ 29 | 29 &\Rightarrow 29 | -29a \end{aligned} \right\} \Rightarrow 29 | a - 12 \Rightarrow a - 12 = 29k$$

$$\Rightarrow a = 29k + 12$$

$$10 \leq a < 100 \Rightarrow 10 \leq 29k + 12 < 100 \Rightarrow -2 \leq 29k < 88$$

$$\Rightarrow -\frac{2}{29} \leq k < \frac{88}{29} \Rightarrow k \in \{0, 1, 2, 3\}$$

۲ ۱۲

$$4 \text{ یا } 2 \text{ یا } 1 \Rightarrow (a^2, 24) | 4 \Rightarrow (a^2, 24) = 1, 2, 4$$

چون a^2 مربع کامل است، چنانچه a زوج باشد، قطعاً a^2 بر ۴ بخش پذیر است و حالت $(a^2, 24) = 2$ امکان پذیر نیست بنابراین a نباید مضرب ۳ باشد و نباید مضرب ۴ باشد.

$$3 \text{ مضرب } 3 \text{ تعداد مضارب } 3 = \left[\frac{100}{3} \right] = 33 = n(A)$$

$$4 \text{ مضرب } 4 \text{ تعداد مضارب } 4 = \left[\frac{100}{4} \right] = 25 = n(B)$$

$$3 \text{ و } 4 \text{ مشترک مضارب } 3 \text{ و } 4 \text{ تعداد مضارب مشترک } 3 \text{ و } 4 = \left[\frac{100}{12} \right] = 8 = n(A \cap B)$$

$$4 \text{ یا } 3 \text{ مضارب } n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$= 33 + 25 - 8 = 50$$

بنابراین در $(100 - 50 = 50)$ حالت معادله جواب دارد. پس کل حالات $n(S) = 100$ و تعداد حالات جواب $n(A) = 50$ است، پس:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

ریاضیات



۳ ۱

$$T = \frac{\pi}{\frac{\pi}{4}} \Rightarrow \frac{\pi}{\frac{\pi}{4}} = \frac{4\pi}{\pi} \Rightarrow |b| = 4$$

$(\text{ارتفاع مثلث}) AC = \frac{\pi}{4} \cdot y_A = -2 + \theta, y_B = -2 - \theta$, ارتفاع مثلث $= 2\theta$

$$S_{ABC} = 2 \cdot \Delta \pi \Rightarrow \frac{1}{2} \times \frac{\pi}{4} \times 2\theta = 2 \cdot \Delta \pi \Rightarrow \theta = 10$$

$$f(x) = -2 + 10 \cos 4x \Rightarrow f\left(\frac{5\pi}{6}\right) = -2 + 10 \cos \frac{20\pi}{6}$$

$$= -2 + 10 \cos\left(6\pi + \frac{4\pi}{3}\right) = -2 + 10 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = -7$$

۱ ۲

$$f(x) = \cot\left(\frac{\pi}{4} + x\right) - \tan\left(\frac{\pi}{4} + x\right) = 2 \cot\left(\frac{\pi}{4} + 2x\right) = -2 \tan 2x$$

۲ ۳

$$f(x) = a\left(1 - \frac{1}{4} \sin^2 2bx\right) = a\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4} \cos 4bx\right)$$

$$\text{ماکزیمم تابع} = 2 = a\left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) \Rightarrow a = 2$$

$$\frac{1}{2} T = \frac{2\pi}{4} \Rightarrow T = \pi \Rightarrow \pi = \frac{2\pi}{|4b|} \Rightarrow |b| = \frac{1}{2}$$

$$a + |b| = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

۱ ۴

$$AB = 2\pi - \frac{\pi}{6} = \frac{11\pi}{6}, AD = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2} \Rightarrow S = \frac{11\pi}{6} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{11\pi}{4}$$

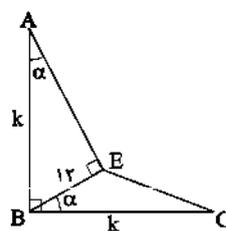
۲ ۵

$$f(x) = 4 \sin^2 x (\sin x + 1) - 2(\sin x + 1)$$

$$\Rightarrow f(x) = (\sin x + 1)(4 \sin^2 x - 2)$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin x + 1 = 0 \Rightarrow \text{یک ریشه مضاعف} \\ 4 \sin^2 x - 2 = 0 \Rightarrow \text{چهار ریشه ساده} \end{cases}$$

۳ ۶



$$\Delta ABE: \sin \alpha = \frac{12}{k}$$

$$S_{EBC} = \frac{1}{2} \times BE \times BC \times \sin \alpha$$

$$S_{EBC} = \frac{1}{2} \times 12 \times k \times \frac{12}{k} = 72$$

۱ ۷

$$\log_4 (\tan x \tan 2x) = 0 \Rightarrow \tan x \tan 2x = 1 \Rightarrow \tan 2x = \frac{1}{\tan x}$$

$$\Rightarrow \tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{4} - x\right) \Rightarrow x = \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} & \text{قابل قبول} \\ x = \frac{\pi}{4} & \text{غیر قابل قبول} \\ x = \frac{5\pi}{6} & \text{غیر قابل قبول} \end{cases}$$

۱۸) اگر $(x, y) = 1$ باشد، چون y یک عدد اول است بنا به قضیه

فرما داریم:

$$x^y \equiv 1 \Rightarrow 9x^y \equiv 9 \Rightarrow 9x^y \equiv 2$$

$$9x^y + 5x + 1 \equiv 0 \Rightarrow 2 + 5x + 1 \equiv 0 \Rightarrow 5x \equiv -2 \Rightarrow 5x \equiv -10$$

$$\Rightarrow x \equiv -2 \Rightarrow x = 7k - 2$$

اگر $(x, y) = 7$ باشد، معادله جواب ندارد.

۱۹) ۴

$$57a^{12} \equiv 9 \Rightarrow 5000 + 700 + 10a + 3 \equiv 9 \Rightarrow 10a \equiv 5694$$

$$10a \equiv 5694 \xrightarrow{+10} a \equiv 569 \Rightarrow a \equiv 3 \Rightarrow a = 6k + 3$$

می‌دانیم باید $a \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ باشد، پس $n(S) = 10$ است و برای

این‌که در کلاس [۹] قرار گیرد باید $a \in \{3, 9\}$ باشد، یعنی $n(A) = 2$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{10} = 0.2$$

۲۰) ۱

$$5x + 3y = 48 \Rightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 16 \end{cases} \quad x = 3k, y = 16 - 5k$$

$$x + y \leq 13 \Rightarrow 3k + 16 - 5k \leq 13 \Rightarrow -2k \leq -3 \Rightarrow k \geq \frac{3}{2}$$

$$x \geq 0 \Rightarrow 3k \geq 0 \Rightarrow k \geq 0$$

$$y \geq 0 \Rightarrow 16 - 5k \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{16}{5}$$

بنابراین $\frac{3}{2} \leq k \leq \frac{16}{5}$ یعنی $k \in \{2, 3\}$

۲۱) ۱

$$\begin{vmatrix} 2 \tan(x) & \sin^2(x) \\ -\cos^2(x) & 2 \cot(x) \end{vmatrix} = 2 \times 2 \times \tan(x) \times \cot(x)$$

$$+ \sin^2(x) \times \cos^2(x) = 4 + \left(\frac{1}{4} \sin 2x\right)^2 = 4 + \left(\frac{1}{4} \sin(2 \times 0)\right)^2$$

$$= 4 + \frac{1}{16} = \frac{65}{16}$$

$$\begin{vmatrix} \log_4 27 & \log_7 4 \\ \log_4 81 & 1 \end{vmatrix} = \log_4 27 - \log_7 4 \times \log_4 81$$

$$= \frac{3}{2} - 2 \times 2 = \frac{3}{2} - 4 = \frac{-5}{2} \Rightarrow \frac{65}{16} = \frac{-13}{\frac{-5}{2}} = \frac{13}{8}$$

۲۲) ۳ با حذف درایه سطر سوم ستون اول، حاصل دترمینان

ماتریس 2×2 به صورت $\begin{vmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 10 \end{vmatrix} = 0$ خواهد بود که در محاسبه دترمینان به

روش بسط دادن با تغییر در این درایه حاصل دترمینان ماتریس تغییر نخواهد کرد زیرا هر عددی که داشته باشیم در نهایت در صفر ضرب خواهد شد.

$$\|A\|^2 \times A = (\|A\|^2)^2 \times A = \|A\|^4 = 512 \Rightarrow \|A\| = 2$$

$$\|2A\|^2 = 2^2 \times \|A\|^2 = 2^2 \times 2^2 = 2^4 = 128$$

۱۲) ۴

$$8x \equiv 5 - 7a \xrightarrow{\text{شرط جاب}} (8, 12) | 5 - 7a \Rightarrow 4 | 5 - 7a$$

$$\begin{cases} 4 | 4 \Rightarrow 4 | 8a \\ 4 | 5 - 7a \end{cases} \Rightarrow 4 | 5 + a \Rightarrow 5 + a = 4k \Rightarrow a = 4k - 5$$

$$\Rightarrow a = 4k - 8 + 3 = 4(k - 2) + 3 \Rightarrow a = 4k' + 3$$

۱۴) ۱ یک جواب معادله $x_1 = -n$ و $y_1 = n$ است. بنابراین

جواب‌های کلی معادله به صورت $x = -n + 14k$ و $y = n - 13k$ است.

$$\begin{cases} x_1 \geq 0 \Rightarrow -n + 14k \geq 0 \Rightarrow k \geq \frac{n}{14} \\ y_1 \geq 0 \Rightarrow n - 13k \geq 0 \Rightarrow k \leq \frac{n}{13} \end{cases} \Rightarrow \frac{n}{14} \leq k \leq \frac{n}{13}$$

اگر فرض کنیم $n = (13 \times 14)t = 182t$ داریم:

$$13t \leq k \leq 14t$$

$$14t - 13t + 1 = t + 1 = 7 \Rightarrow t = 6$$

پس $n = 182 \times 6 = 1092$ است.

$$n \text{ مجموع ارقام} = 1 + 0 + 9 + 2 = 12$$

۱۵) ۲

$$12 | 5a - 1 \Rightarrow 5a - 1 \equiv 0 \Rightarrow 5a \equiv 1 \Rightarrow 5a \equiv 25 \Rightarrow a \equiv 5 \Rightarrow a \equiv 65(1)$$

$$19 | 2a - 5 \Rightarrow 2a - 5 \equiv 0 \Rightarrow 2a \equiv 5 \Rightarrow 2a \equiv 24 \Rightarrow a \equiv 12 \Rightarrow a \equiv 65(2)$$

از (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$a \equiv_{(12, 19)} 65 \Rightarrow a \equiv_{228} 65 \Rightarrow a = 228k + 65$$

$$100 \leq a < 1000 \Rightarrow 100 \leq 228k + 65 < 1000 \Rightarrow 35 \leq 228k < 935$$

$$\Rightarrow \frac{35}{228} \leq k < \frac{935}{228} \Rightarrow k \in \{1, 2, 3, 4\}$$

۱۶) ۴

$$16 | 3^n + 7 \Rightarrow 3^n + 7 \equiv 0 \Rightarrow 3^n \equiv 16 - 7 \Rightarrow 3^n \equiv 9 \quad (1)$$

$$3^4 \equiv 1 \Rightarrow 3^{4k} \equiv 1 \Rightarrow 3^{4k+2} \equiv 9 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} n = 4k + 2$$

اعدادی که به جای n می‌توانند قرار بگیرند یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۴ و جمله اول ۲ است.

$$2, 6, 10, 14, \dots, 98$$

$$2 + 6 + 10 + 14 + \dots + 98 = \frac{25(98 + 2)}{2} = 1250$$

۱۷) ۳

$$(\Delta m + 3, 11m - 8) = d$$

$$\begin{cases} d | \Delta m + 3 \Rightarrow d | 5\Delta m + 23 \\ d | 11m - 8 \Rightarrow d | -5\Delta m + 40 \end{cases} \Rightarrow d | 73 \Rightarrow d = 1 \text{ یا } d = 73$$

می‌دانیم شرط جواب معادله $(\Delta m + 3)x + (11m - 8)y = k$ آن است

$$73 | k \text{ پس } (\Delta m + 3, 11m - 8) | k$$

$$73 | k \Rightarrow k = 73q \xrightarrow{q=2} k = 146$$

$$k \text{ مجموع ارقام} = 1 + 4 + 6 = 11$$

نقاط مورد نظر را به شکل نقطه $M(x, y)$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\begin{aligned} |MA|^2 + |MB|^2 &= 10 \\ \Rightarrow (\sqrt{(x-1)^2 + (y-2)^2})^2 + (\sqrt{(x-2)^2 + (y-2)^2})^2 &= 10 \\ \Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (x-2)^2 + (y-2)^2 &= 10 \\ \Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 + x^2 - 4x + 4 + y^2 - 4y + 4 &= 10 \\ \Rightarrow 2x^2 + 2y^2 - 6x - 8y + 13 &= 0 \\ \Rightarrow x^2 + y^2 - 3x - 4y + 6.5 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p-2=0 \Rightarrow t_n &= 2n+q \\ t_p = 2t_p \Rightarrow 6+q &= 2(4+q) \Rightarrow 6+q = 8+2q \Rightarrow q = -2 \end{aligned}$$

$$t_n = 2n - 2 \Rightarrow \begin{cases} t_2 = 2 \\ t_4 = 6 \end{cases} \Rightarrow \frac{t_p}{t_q} = \frac{1}{2}$$

$$t_1 = t_3 = t_5 = \dots = t_{99} = \frac{4}{3-1} = 2$$

$$t_2 = t_4 = t_6 = \dots = t_{100} = \frac{4}{3+1} = 1$$

بنابراین پنجاه جمله برابر ۲ و پنجاه جمله برابر ۱ است. بنابراین مجموع صد جمله برابر است با:

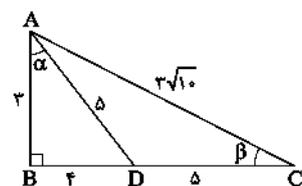
$$50 \times 2 + 50 \times 1 = 150$$

در ربع سوم و چهارم $\sin x$ مقداری منفی می‌باشد پس گزینه‌های (۳) و (۴) غلط می‌باشند.

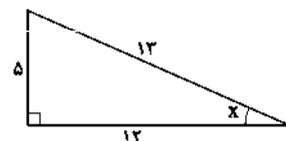
$$\tan^2 x - \tan x - 6 = 0 \Rightarrow \tan x = 3 \text{ یا } -2$$

$$\sin x = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

$$\sin x = \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{3\sqrt{10}}{10}$$



$$\sin \beta = \frac{3}{5} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$



$$\sin x = \frac{5}{13}, \cos x = \frac{12}{13}$$

$$\begin{aligned} \frac{1 + \sin x \cos x}{\sin^2 x - \cos^2 x} &= \frac{1 + \sin x \cos x}{(\sin x - \cos x)(\sin^2 x + \sin x \cos x + \cos^2 x)} \\ &= \frac{1}{\sin x - \cos x} = \frac{1}{\frac{5}{13} - \frac{12}{13}} = -\frac{13}{7} \end{aligned}$$

۱ ۲۴

$$\begin{aligned} &((-2)(1+x)(3+x) + 2 \times 1 \times 2 + 2 \times 1 \times 2) \\ &- (2 \times 2 \times (1+x) + 2 \times 1 \times (3+x) + (-2) \times 1 \times 2) \\ &= -2x^2 - 16x - 4 = 0 \xrightarrow{\Delta} \text{جمع ریشه‌ها} = \frac{-(-16)}{-2} = -8 \end{aligned}$$

۱ ۲۵

$$|A| = 1 \times 5 \times (-2) = -10$$

$$|B| = 2 \times 4 \times 5 = 40$$

$$|C^{-1}| = \frac{1}{|C|} = \frac{1}{|AB|} = \frac{1}{|A||B|} = \frac{1}{(-10) \times 40} = -\frac{1}{400}$$

۲ ۲۶

$$|3A| = \begin{vmatrix} 3|A| & |3A| \\ |A| & 3|A| \end{vmatrix} \Rightarrow 3^2 \times |A| = (3|A| \times 3|A|) - (|3A| |A|)$$

$$\Rightarrow 9|A| = 6|A|^2 - 9|A|^2 \Rightarrow 9|A| = -3|A|^2$$

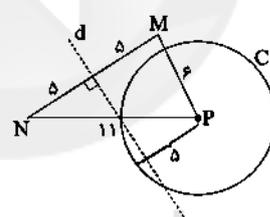
$$\Rightarrow 3|A|^2 + 9|A| = 0 \Rightarrow 3|A|(|A| + 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |A| = 0 \\ |A| = -3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow ||A|A| = |A|^2 \times |A| = |A|^3 = (-3)^3 = -27$$

۲ ۲۷

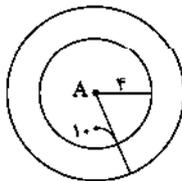
مجموعه نقاطی که از دو رأس M و N به یک فاصله باشند روی عمودمنصف پاره‌خط MN هستند و مجموعه نقاطی که از P به فاصله ۵ باشند، روی دایره‌ای به مرکز P و شعاع ۵ مطابق شکل قرار دارند.



همان‌طور که در شکل مشخص است خط d و دایره C در دو نقطه با هم مشترک هستند پس جواب مسئله دو نقطه است.

۲ ۲۸

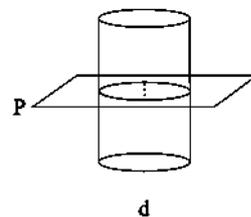
مکان هندسی نقاطی که فاصله آن‌ها از نقطه A برابر ۴ باشد، یک دایره به مرکز A و به شعاع ۴ و مکان هندسی نقاطی که فاصله آن‌ها از A برابر ۱۰ باشد، یک دایره به مرکز A و شعاع ۱۰ می‌باشد و ناحیه مدنظر در سؤال به شکل زیر است:



مساحت قسمت رنگی = جواب مسأله

$$S_{\text{رنگی}} = 100\pi - 16\pi = 84\pi$$

۱ ۲۹



۳۹ | برای هر یک از نسبت‌های مثلثاتی به کار رفته در صورت و منخرج کسر داریم:

$$\begin{aligned}\sin\left(\frac{\gamma\pi}{10}\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{5}\right) = \cos\frac{\pi}{5} \\ \sin\left(\frac{\gamma\pi}{10}\right) &= \sin\left(\gamma\pi + \frac{\pi}{10}\right) = \sin\left(\pi + \frac{\pi}{10}\right) = -\sin\frac{\pi}{10} \\ \cos\left(\frac{\gamma\pi}{5}\right) &= \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10}\right) = \sin\frac{\pi}{10} \\ \sin\left(\frac{\gamma\pi}{5}\right) &= \sin\left(\pi + \frac{\pi}{5}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10}\right) = \cos\frac{\pi}{10} \\ \cos\left(\frac{\gamma\pi}{10}\right) &= \cos\left(\gamma\pi - \frac{\pi}{10}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{10}\right) = -\cos\frac{\pi}{10} \\ \cos\left(\frac{\gamma\pi}{5}\right) &= \cos\left(\pi - \frac{\pi}{5}\right) = \cos\left(\pi - \frac{\pi}{5}\right) = -\cos\frac{\pi}{5} \\ &= -\cos\frac{\gamma\pi}{5} = -\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{10}\right) = -\sin\frac{\pi}{10}\end{aligned}$$

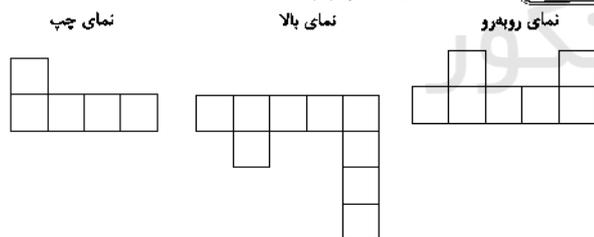
بنابراین برای عبارت A خواهیم داشت:

$$A = \frac{\cos\frac{\pi}{5} - \cos\frac{\pi}{10} + \sin\frac{\pi}{10} + \sin\frac{\pi}{10}}{\gamma\cos\frac{\pi}{10} - \gamma\cos\frac{\pi}{10} - \gamma\sin\frac{\pi}{10}} = \frac{\gamma\sin\frac{\pi}{10}}{-\gamma\sin\frac{\pi}{10}} = -\frac{\gamma}{\gamma}$$

۴۰ | ابتدا عبارت را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

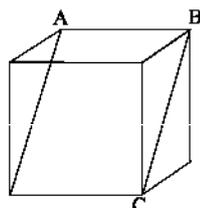
$$\begin{aligned}A &= (1 - \cos\frac{\pi}{12})(1 - \cos\frac{\Delta\pi}{12})(1 - \cos(\pi - \frac{\Delta\pi}{12}))(1 - \cos(\pi - \frac{\pi}{12})) \\ &= (1 - \cos\frac{\pi}{12})(1 - \cos\frac{\Delta\pi}{12})(1 + \cos\frac{\Delta\pi}{12})(1 + \cos\frac{\pi}{12}) \\ &= (1 - \cos^2\frac{\pi}{12})(1 - \cos^2\frac{\Delta\pi}{12}) \\ &= \sin^2\frac{\pi}{12} \sin^2\frac{\Delta\pi}{12} = \sin^2\frac{\pi}{12} \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{12}\right) = \sin^2\frac{\pi}{12} \cos^2\frac{\pi}{12} \\ &= (\sin\frac{\pi}{12} \cos\frac{\pi}{12})^2 = \left(\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{6}\right)^2 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{16}\end{aligned}$$

۴۱ | نماهای شکل مطابق زیر است.



۴۲ | اگر دو خط بر یک صفحه عمود باشند خودشان با هم موازیند، پس نمی‌توانند بر هم عمود باشند.

۴۳ | اگر یال مکعب برابر a باشد آن‌گاه مطابق شکل:



$$AB = a, BC = a\sqrt{2}$$

پس مساحت مقطع حاصل برابر است با:

$$AB \cdot BC = 8 \Rightarrow a^2 \sqrt{2} = 8 \Rightarrow a^2 = 4\sqrt{2}$$

بنابراین مساحت کل مکعب برابر $6a^2 = 24\sqrt{2}$ است.

۳۶ | مجموع n جمله اول در یک دنباله حسابی برحسب n به صورت $S_n = An^2 + Bn$ خواهد بود که در آن $A = \frac{d}{2}$ می‌باشد. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} k - 3 = 0 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow S_n = 2n^2 + 2n \\ \frac{d}{2} = 2 \Rightarrow d = 4 \\ S_1 = a_1 = 6 \end{cases}$$

حال عبارت داده شده را به صورت زیر ساده می‌کنیم:

$$\begin{aligned}& \overbrace{(a_6 - a_{58})}^{rd} (a_6 + a_{58}) + \overbrace{(a_{56} - a_{54})}^{rd} (a_{56} + a_{54}) + \dots \\ & + \overbrace{(a_4 - a_2)}^{rd} (a_4 + a_2) \\ & = rd(a_4 + a_6 + a_8 + \dots + a_{58} + a_{60})\end{aligned}$$

عبارت $a_4 + a_6 + a_8 + \dots + a_{60}$ یک دنباله حسابی با جمله اول a_4 و قدرنسبت rd و تعداد جملات ۳۰ می‌باشد. بنابراین برای این مجموعه داریم:

$$\begin{aligned}rd\left[\frac{30}{2}(2a_4 + 29(rd))\right] &= 30d(2(a_1 + d) + 58d) \\ &= 120(2a_1 + 60d) = 120(12 + 240) = 30240\end{aligned}$$

۳۷ | ریشه معادله $\frac{3}{x} - 4x = 2$ می‌باشد بنابراین داریم:

$$\frac{3}{x} - 4x = 2 \Rightarrow 3 - 4x^2 = 2x \Rightarrow 4x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$\xrightarrow{x = \frac{\alpha}{2}} 4\left(\frac{\alpha^2}{4}\right) + 2\left(\frac{\alpha}{2}\right) - 3 = 0$$

$$\Rightarrow \alpha^2 + \alpha - 3 = 0 \Rightarrow \alpha^2 + \alpha = 3$$

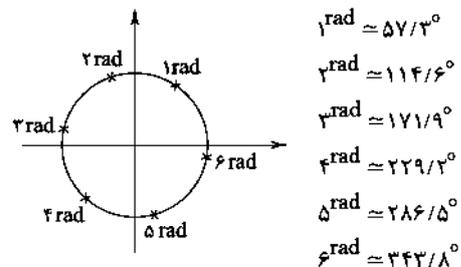
صورت و منخرج تابع $f(x)$ دنباله‌های هندسی هستند.

مجموع n جمله اول دنباله هندسی از رابطه $S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ به دست

می‌آید. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}f(x) &= \frac{\sqrt{x^{21} - 1}}{x - 1} = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x - 1)(x^2 + x + 1)}{x - 1} = x^2 + x + 1 \\ &= \frac{\sqrt{(x^2)^2 - 1}}{x^2 - 1} \\ \Rightarrow f(\alpha) &= \alpha^2 + \alpha + 1 = 3 + 1 = 4\end{aligned}$$

۳۸ | اندازه هر رادیان تقریباً معادل $57/3$ درجه است. ابتدا جای تقریبی هر یک از زوایای ۱ تا ۶ رادیان را روی دایره مثلثاتی پیدا می‌کنیم:



از روی دایره مثلثاتی داریم:

$$0 < \sin 2 - \sin 1 < 1 \Rightarrow [\sin 2 - \sin 1] = 0$$

$$-1 < \sin 4 - \sin 3 < 0 \Rightarrow [\sin 4 - \sin 3] = -1$$

$$0 < \sin 6 - \sin 5 < 1 \Rightarrow [\sin 6 - \sin 5] = 0$$

$$A = 0 + (-1) + 0 = -1$$

بنابراین خواهیم داشت:

پاسخ دوازدهم ریاضی

$$n(S) = 24$$

$$A = \{(1,1), (1,2), (2,2), (2,1), (3,2)\}$$

$$\begin{array}{ccccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ \text{بیلر ۴} & \text{بیلر ۴} & \text{بیلر ۳} & \text{بیلر ۴} & \text{بیلر ۳} \end{array}$$

$$n(A) = 22$$

$$P(A) = \frac{22}{24} = \frac{11}{12}$$

	b	c
P(b) - $\frac{1}{5}$	P(b)	P(b) + $\frac{1}{5}$

$$P(b) - \frac{1}{5} + P(b) + P(b) + \frac{1}{5} = 1$$

$$\Rightarrow 2P(b) = 1 \Rightarrow P(b) = \frac{1}{2}$$

$$P(c) = \frac{1}{2} + \frac{1}{5} = \frac{7}{10}$$

k	۱	۲	۳	۴	۵
احتمال	$\frac{1}{20}$	$\frac{2}{20}$	$\frac{3}{20}$	$\frac{4}{20}$	$\frac{5}{20}$

$$P(\text{کل شدن حلقه شماره ۳}) = \frac{3X}{2X+5X+3X+4X+5X} = \frac{1}{5}$$

$$n(S) = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

$$A = \{132, 212, 524, 254, 224, 224, 422, 242\}$$

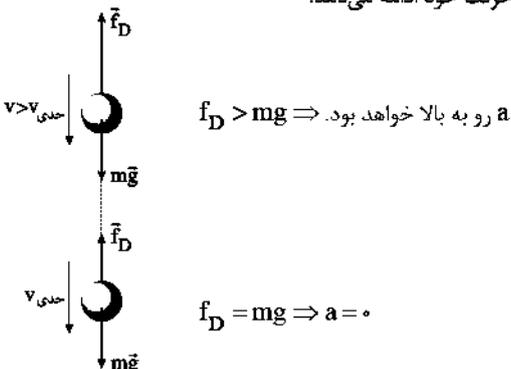
$$P(A) = \frac{8}{60} = \frac{2}{15}$$

فیزیک



۱ ۵۶ به خاطر بسپارید که حین بالا رفتن، جرم موشک به دلیل مصرف سوخت کاهش می‌یابد و همچنین اندازه شتاب گرانش نیز با فاصله گرفتن از زمین کاهش می‌یابد، بنابراین نیروی وزن موشک در حین بالا رفتن کاهش می‌یابد. در مسیر برگشت (که جرم موشک ثابت است) با نزدیک شدن به مرکز زمین، اندازه شتاب گرانش بیشتر خواهد شد، بنابراین نیروی وزن موشک در حین پایین آمدن افزایش می‌یابد. ولی جهت نیروی وزن همواره رو به مرکز زمین و ثابت است.

۱ ۵۷ با توجه به این که تندی پرتاب گلوله از تندی حدی بیشتر است، بنابراین نیروی مقاومت هوا از وزن گلوله بیشتر می‌باشد؛ بنابراین شتاب حرکت گلوله در ابتدا به طرف بالا است و این سبب می‌شود که از تندی گلوله کاسته شود. وقتی تندی گلوله به تندی حدی می‌رسد، در این حالت نیروی مقاومت هوا با وزن گلوله برابر می‌شود و از آن پس شتاب صفر شده و گلوله با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.



۲ ۴۴ از رویه‌رو و پشت هر کدام ۱۱ حرفه از چپ و راست هر کدام ۶ حرف و از بالا ۵ حرف قابل رویت است. بنابراین:

$$\text{جواب} = 11 + 11 + 6 + 6 + 5 = 39$$

۳ ۴۵ شکل حاصل استوانه‌ای به شعاع قاعده ۴ و ارتفاع ۵ است که از درون آن یک استوانه و یک مخروط تلفیق حذف شده است.

$$\text{حجم حاصل} = \Delta \times \pi (4)^2 - \frac{1}{3} \times \pi (1)^2 \times 5 - \frac{\pi \times 4}{3} (4^2 + 1 \times 4 + 4^2)$$

$$= 80\pi - 2\pi - 26\pi = 54\pi$$

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 6^3$$

تاس اول ۶ حالت و تاس دوم یک حالت برای آن مقدور است. تاس سوم هم ۶ حالت دارد.

$$n(A) = 6 \times 1 \times 6$$

$$P(A) = \frac{1}{6}$$

$$n(S) = 6 \times 6 \times 6 = 216$$

A' پیشامد آن که یک در میان زوج و فرد ظاهر شود.

$$n(A') = 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 54$$

$$n(A) = 216 - 54 = 162$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{162}{216} = \frac{3}{4}$$

$$P(A \cap B') + P(B \cap A') = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow P(A) + P(B) = 2P(A \cap B) + \frac{3}{4}$$

$$P(A') + P(B') = \frac{45}{100} \Rightarrow 2 - (P(A) + P(B)) = \frac{45}{100}$$

$$\Rightarrow 2 - 2P(A \cap B) - \frac{3}{4} = \frac{45}{100} \Rightarrow \frac{200 - 75 - 45}{100} = 2P(A \cap B)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{5}$$

$$n(S) = 200$$

$$A = \{11, 21, 51, \dots, 191\} \Rightarrow n(A) = 10$$

$$P(A) = \frac{10}{200}$$

$$n(S) = 6!$$

$$A': \text{ش ی ش امد} \Rightarrow n(A') = 4!$$

$$P(A') = \frac{4!}{6!} = \frac{1}{30}$$

$$P(A) = \frac{29}{30}$$

$$n(S) = 11!$$

اگر حالت قرار گرفتن a و b به صورت‌های زیر باشد:

a					b
b					a

این بسته در جایگاه‌های ۱ تا ۷، ۸ تا ۲، ۹ تا ۴، ۱۰ تا ۵ و ۱۱ می‌توانند قرار بگیرند که ۵ حالت دارد، بنابراین:

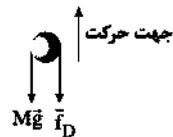
$$n(A) = 2 \times 5 \times 9!$$

$$P(A) = \frac{2 \times 5 \times 9!}{11!} = \frac{1}{11}$$

فیزیک ۲

۶۱) شتاب حرکت گلوله به جرم $M = 5 \text{ kg}$ که به طرف بالا پرتاب

شده، در لحظه‌ای برابر با $20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است، پس نیروی مقاومت هوا در جهت وزن گلوله، یعنی رو به پایین است، بنابراین:



$$Mg + f_D = Ma \Rightarrow 5 \times 10 + f_D = 5 \times 20 \Rightarrow f_D = 50 \text{ N}$$

در لحظه‌ای بخشی از جرم گلوله به جرم m جدا شده و باقی‌مانده آن به

جرم $M' = 5 - m$ با شتاب $25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد و با فرض

این‌که نیروی مقاومت هوا تغییر نکرده است، داریم:

$$M'g + f_D = M'a' \Rightarrow (5 - m) \times 10 + 50 = (5 - m) \times 25$$

$$\Rightarrow 50 - 10m + 50 = 125 - 25m$$

$$\Rightarrow 15m = 25 \Rightarrow m = \frac{25}{15} = \frac{5}{3} \text{ kg}$$

۶۲) ابتدا باید اندازه نیروی $\vec{f}_{s, \max}$ را محاسبه کنیم:

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s, \max} = 0.6 \times 20 \times 10 = 120 \text{ N}$$

چون $F < f_{s, \max}$ است، بنابراین جسم ساکن بوده و $f_s = 100 \text{ N}$ می‌باشد،

$$R = \sqrt{f_s^2 + F_N^2} = \sqrt{(100)^2 + (200)^2} = 100\sqrt{5} \text{ N}$$

بنابراین:

۶۳) شرط شروع حرکت آن است که نیروی افقی \vec{F} ، بر

نیروی $\vec{f}_{s, \max}$ غلبه کند، پس داریم:

$$f_{s, \max} = \mu_s F_N \xrightarrow{F_N = mg} f_{s, \max} = \mu_s mg = 0.4 \times 5 \times 10 = 20 \text{ N}$$

با توجه به این‌که اندازه نیروی \vec{F} بزرگ‌تر از اندازه نیروی $\vec{f}_{s, \max}$ است، بنابراین جسم حرکت خواهد کرد.

با توجه به این‌که جسم حرکت خواهد کرد، به آن نیروی اصطکاک جنبشی وارد

می‌شود و خواهیم داشت: $f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = 0.2 \times 5 \times 10 = 10 \text{ N}$

برای به دست آوردن شتاب حرکت جسم، طبق قانون دوم نیوتون می‌توان نوشت:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 30 - 10 = 5 \times a \Rightarrow 20 = 5a$$

$$\Rightarrow a = \frac{20}{5} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

حال محاسبه می‌کنیم که در مدت سه ثانیه، جسم به چه سرعتی می‌رسد و هم‌چنین چه مسافتی را طی می‌کند:

$$v = at + v_0 = 4(3) + 0 \Rightarrow v = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\Delta x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{2} \times 4 \times (3)^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 9 = 18 \text{ m}$$

پس از قطع نیروی \vec{F} ، تنها نیروی وارد بر جسم \vec{f}_k خواهد بود، بنابراین:

$$-f_k = ma \Rightarrow -10 = 5a \Rightarrow a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

چون نیروی وارد شده به جسم ثابت است، پس شتاب جسم نیز ثابت بوده،

بنابراین معادله مکان - زمان جسم پس از قطع نیروی \vec{F} برابر است با:

$$x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \xrightarrow{a = -2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, v_0 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}, x_0 = 18 \text{ m}}$$

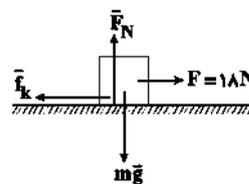
$$x = \frac{1}{2} \times (-2) \times t^2 + 12t + 18 \Rightarrow x = -t^2 + 12t + 18$$

۵۸) با مقایسه معادله مکان - زمان داده‌شده با فرم کلی معادله

مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\begin{cases} x = 2t^2 - 4t + 3 \\ x = \frac{1}{2} at^2 + v_0 t + x_0 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} a = 4 \Rightarrow a = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:



$$F_{\text{net}, y} = 0 \Rightarrow F_N = mg \quad (*)$$

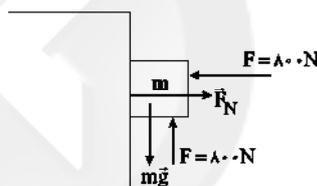
$$F_{\text{net}, x} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma$$

$$\xrightarrow{(*)} F - \mu_k mg = ma \Rightarrow 18 - \mu_k \times 20 = 2 \times 4$$

$$\Rightarrow 18 - 20\mu_k = 8 \Rightarrow 20\mu_k = 10 \Rightarrow \mu_k = 0.5$$

۵۹) ابتدا اندازه نیروی اصطکاک ایستایی بیشینه را به دست

می‌آوریم:



$$f_{s, \max} = \mu_s F_N = \mu_s F = 0.5 \times 80 = 40 \text{ N}$$

حال چون $F > mg$ است، پس جسم تمایل دارد به سمت بالا حرکت کند، پس اصطکاک رو به پایین است.

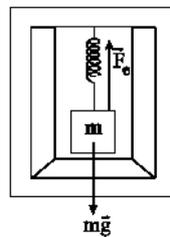
$$F' = F - mg = 80 - 20 = 60 \text{ N}$$

چون $F' > f_{s, \max}$ است، پس اصطکاک از نوع جنبشی است.

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k F = 0.2 \times 80 = 16 \text{ N}$$

۶۰) ابتدا نیروهای وارد بر فتر را رسم کرده و سپس از قانون دوم

نیوتون استفاده می‌کنیم.



$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_e = ma \xrightarrow{F_e = k\Delta x} mg - k\Delta x = ma$$

$$\Rightarrow 600 - 30\Delta x = 60 \times 5 \Rightarrow 30\Delta x = 300 \Rightarrow \Delta x = 10 \text{ cm}$$

حال با داشتن طول اولیه $x_1 = 14 \text{ cm}$ و $\Delta x = 10 \text{ cm}$ طول نهایی را به

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

دست می‌آوریم.

$$\Rightarrow 10 = x_2 - 14 \Rightarrow x_2 = 24 \text{ cm}$$

اگر شتاب حرکت آسانسور رو به بالا باشد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_N - mg = ma \\ \Rightarrow F_N = m(g+a) \Rightarrow F_{\text{max}} = m(g+a)$$

اگر شتاب حرکت آسانسور رو به پایین باشد:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow mg - F_N = ma \Rightarrow F_N = m(g-a) \\ \Rightarrow F_{\text{min}} = m(g-a)$$

طبق صورت سؤال داریم:

$$\frac{F_{\text{max}}}{F_{\text{min}}} = \Delta \Rightarrow \frac{m(g+a)}{m(g-a)} = \Delta \Rightarrow \frac{g+a}{g-a} = \Delta$$

$$\Rightarrow a = \frac{\Delta}{\Delta+1}g \quad (*)$$

حال با محاسبه شتاب می‌توانیم F_{max} را محاسبه کنیم:

$$F_{\text{max}} = m(g+a) \xrightarrow{(*)} F_{\text{max}} = m(g + \frac{\Delta}{\Delta+1}g) = \frac{\Delta}{\Delta+1}mg$$

بنابراین:

$$F_{\text{max}} - mg = \frac{\Delta}{\Delta+1}mg - mg = \frac{\Delta}{\Delta+1}mg$$

در حالت اول که وزنه و فنر در آسانسور قرار دارند، طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow k\Delta\ell - mg = ma \\ \Rightarrow k\Delta\ell = m(g+a) \quad (1)$$

در حالت دوم از طرف آب به وزنه نیروی شناوری رو به بالا وارد می‌شود، بنابراین طبق قانون دوم نیوتون داریم:

$$\frac{F_b}{mg} = \frac{f}{\Delta} \Rightarrow F_b = \frac{f}{\Delta}mg \quad (2)$$

$$F_{\text{net}} = ma \Rightarrow F_e + F_b - mg = ma \xrightarrow{(2)} F_e + \frac{f}{\Delta}mg - mg = ma \\ \Rightarrow k\Delta\ell' + \frac{1}{\Delta}mg = ma \Rightarrow k\Delta\ell' = m(a - \frac{1}{\Delta}g) \quad (3)$$

حال طبق رابطه‌های (1) و (3) داریم:

$$\begin{cases} k\Delta\ell = m(g+a) \\ k\Delta\ell' = m(a - \frac{1}{\Delta}g) \end{cases}$$

$$\Rightarrow k(\Delta\ell - \Delta\ell') = \frac{f}{\Delta}mg \xrightarrow{\Delta\ell - \Delta\ell' = 12\text{cm}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} k \times \frac{12}{100} = \frac{f}{\Delta} \times 2 \times 10$$

$$\Rightarrow k \times \frac{12}{100} = 24 \Rightarrow k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

انرژی جنبشی جسم را در لحظه $t = \frac{1}{3}\text{s}$ محاسبه می‌کنیم:

$$K = 9 \times (\frac{1}{3})^2 + 4 \cos(\pi \times \frac{1}{3}) = (9 \times \frac{1}{9}) + (4 \times \frac{1}{3}) = 3\text{J}$$

با توجه به رابطه $K = \frac{p^2}{2m}$ داریم:

$$p^2 = 2mK \Rightarrow p = \sqrt{2mK} \Rightarrow p = \sqrt{2 \times 6 \times 3} = \sqrt{36} \Rightarrow p = 6 \frac{\text{kg}\cdot\text{m}}{\text{s}}$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون به بیان تکانه داریم:

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{m\Delta v}{\Delta t}$$

$$\frac{m = 6 \frac{\text{kg}}{\text{s}}}{\Delta t = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}, v_f = 0} \rightarrow |F| = |6 \times (0 - 15)| = 60\text{N}$$

۶۴) شتاب حرکت را برای حالتی که نیروی کشش T جبهه را بالا

می‌کشد، به دست می‌آوریم و سپس ارتفاع h را محاسبه می‌کنیم:



$$T - mg = ma \Rightarrow T - 20 = 2a$$

$$\Rightarrow T - 20 = 2a \Rightarrow a = \frac{T}{2} - 10 \quad (1)$$

$$h = \frac{1}{2}at^2 + v_0t \xrightarrow{(1)} h = \frac{1}{2}(\frac{T}{2} - 10) \times 4^2$$

$$\Rightarrow h = 4T - 80 \quad (2)$$

حال برای زمانی که نیروی کشش طناب 2T است، محاسبه می‌کنیم:

$$2T - mg = ma' \Rightarrow 2T - 20 = 2a' \Rightarrow a' = T - 10 \quad (3)$$

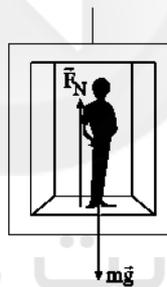
$$h = \frac{1}{2}a't^2 + v_0t' \xrightarrow{(3)} h = \frac{1}{2}(T - 10) \times 2^2$$

$$\Rightarrow h = 2T - 20 \quad (4)$$

حال از رابطه‌های (2) و (4) داریم:

$$\begin{cases} h = 4T - 80 \\ h = 2T - 20 \end{cases} \Rightarrow 4T - 80 = 2T - 20 \Rightarrow 2T = 60 \Rightarrow T = 30\text{N}$$

۶۵) ابتدا نیروهای وارد بر شخص را تعیین می‌کنیم:



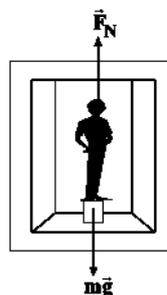
با در نظر گرفتن جهت مثبت به سمت پایین خواهیم داشت:

$$mg - F_N = ma \Rightarrow mg - 0.6mg = ma \Rightarrow 0.4mg = ma$$

$$\xrightarrow{g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} a = 0.4 \times 10 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

می‌دانیم عددی که ترازو نشان می‌دهد، همان F_N است. چون از وزن شخص کم‌تر است، پس حرکت آسانسور یا تننشونده رو به پایین و یا کندشونده رو به بالا است که در هر دو حالت، جهت شتاب رو به پایین خواهد بود.

۶۶) نیروهای وارد بر شخص درون آسانسور به صورت زیر است:



با توجه به رابطه تکانه داریم:

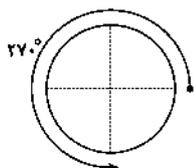
$$\Delta p = m \Delta v \quad \frac{\Delta p = 145 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}}{m = 29 \text{ kg}} \rightarrow 145 = 29 \Delta v$$

$$\Rightarrow \Delta v = \frac{145}{29} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

برای محاسبه شتاب متوسط می‌توان نوشت:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{\Delta v = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{\Delta t = 145 \text{ s}} \rightarrow a_{av} = \frac{5}{145} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

متحرک در یک دور، 360° درجه را طی می‌کند، بنابراین:



$$\text{تعداد دور} = n = \frac{270^\circ}{360^\circ} = \frac{3}{4}$$

$$T = \frac{t}{n} = \frac{2 \times 60}{\frac{3}{4}} = 160 \text{ s}$$

دوره تناوب جسم برابر است با:

$$v = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 200 \times 10^{-2}}{160} = \frac{3}{40} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تندی جسم برابر است با:

اندازه تکانه جسم برابر است با:

$$p = mv \Rightarrow p = 0.8 \times \frac{3}{40} = \frac{3}{50} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

سرعت، مماس بر مسیر حرکت و شتاب از مرکز به سمت جسم

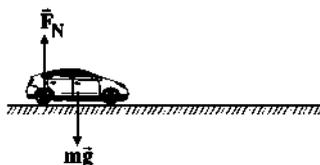
۱ ۷۴

می‌باشد که فقط در گزینه (۱) ایجاد شده است.

در عبور از پیچ، نیرویی مرکزگرا برابر نیروی اصطکاک ایستایی

۳ ۷۵

بیشینه بین سطح لاستیک و سطح جاده است. داریم:



$$F_C = f_{s, \max} \quad \frac{F_C = \frac{mv^2}{r}}{f_{s, \max} = \mu_s F_N} \rightarrow \frac{mv^2}{r} = \mu_s F_N$$

$$\frac{F_N = mg}{r} \rightarrow \frac{mv^2}{r} = \mu_s mg \Rightarrow v^2 = \mu_s rg$$

با توجه به رابطه فوق مشخص است که حداکثر سرعت مجاز با ضریب

اصطکاک ایستایی رابطه مستقیم دارد، بنابراین:

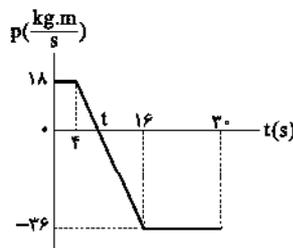
$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{\mu_{s2}}{\mu_{s1}} \\ \mu_{s2} = \mu_{s1} - \frac{1}{4} \mu_{s1} = \frac{3}{4} \mu_{s1} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \frac{3}{4} \quad \text{حذر} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{85}{100}$$

بنابراین حداکثر سرعت مجاز خودرو برای عبور از پیچ ۱۵ درصد کاهش می‌یابد.

۳ ۷۰ در لحظاتی که نمودار بالای محور x است، متحرک در جهت

محور x حرکت می‌کند. شیب خطی که نقطه شروع را به نقطه تغییر جهت متحرک وصل می‌کند، نیروی خالص متوسط را در این بازه زمانی به ما می‌دهد. پس ابتدا باید لحظه تغییر جهت را t_1 بیابیم.



با استفاده از تشابه دو مثلث داریم:

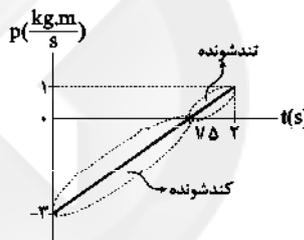
$$\frac{t-4}{18} = \frac{16-t}{36} \Rightarrow 2t-8=16-t \Rightarrow 3t=24 \Rightarrow t=8 \text{ s}$$

با توجه به قانون دوم نیوتون به بیان تکانه داریم:

$$F_{\text{net}} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} \text{ N}$$

همان‌طور که می‌دانیم، نحوه تغییرات تکانه یک جسم، مشابه

نحوه تغییرات سرعت آن جسم است، بنابراین از روی نمودار تکانه - زمان، تندشونده یا کندشونده بودن آن را تعیین می‌کنیم:



مطلق شکل بالا، در بازه زمانی $0 \leq t \leq 7.5 \text{ s}$ ، اندازه تکانه و در نتیجه اندازه سرعت متحرک کاهش یافته و در نتیجه حرکت متحرک از نوع کندشونده است.

از طرفی، در بازه زمانی $7.5 \text{ s} \leq t \leq 2 \text{ s}$ ، اندازه سرعت متحرک افزایش یافته و در نتیجه حرکت متحرک از نوع تندشونده است. اندازه شتاب متحرک برابر است با:

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_f - p_o}{t_f - t_o} = \frac{1 - (-3)}{2 - 0} \Rightarrow F_{av} = \frac{4}{2} = 2 \text{ N}$$

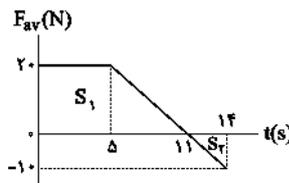
با توجه به قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{av} = ma \Rightarrow a = \frac{F_{av}}{m} = \frac{2}{2} = 1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

نکته: توجه داشته باشید، با توجه به خطی بودن معادله تکانه - زمان، نیروی وارد بر متحرک، مقدار ثابتی است و در نتیجه شتاب متوسط آن نیز برابر مقدار ثابتی است.

۱ ۷۲ سطح زیر نمودار نیروی متوسط - زمان، برابر با تغییرات تکانه

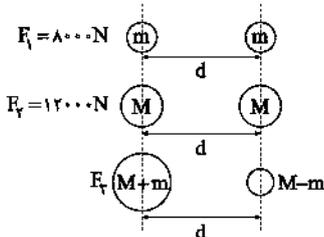
جسم است، در نتیجه خواهیم داشت:



$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 = \frac{(\Delta + 11) \times 20}{2} = \frac{16 \times 20}{2} = 160 \\ S_2 = \frac{3 \times 10}{2} = 15 \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \Delta p = S_1 - S_2 = 160 - 15 \Rightarrow \Delta p = 145 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

۷۹ ۲ اگر تصویر هر یک از حالت‌های بیان شده را به صورت زیر رسم کنید خواهیم داشت:



با توجه به رابطه نیروی گرانشی بین دو جسم داریم:

$$\begin{cases} \text{حالت اول: } 8000 = G \frac{m^2}{d^2} \\ \text{حالت دوم: } 12000 = G \frac{M^2}{d^2} \\ \text{حالت سوم: } F_3 = G \frac{M^2 - m^2}{d^2} \Rightarrow F_3 = G \frac{M^2}{d^2} - G \frac{m^2}{d^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow F_3 = 12000 - 8000 \Rightarrow F_3 = 4000 \text{ N}$$

۸۰ ۴ به کمک رابطه $g = \frac{GM_c}{R^2}$ داریم:

$$\begin{cases} g_1 = G \frac{M_c}{(3R_c)^2} \\ g_2 = G \frac{M_c}{(R_c + h)^2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow g_2 = \frac{1}{9} g_1 \Rightarrow G \frac{M_c}{(R_c + h)^2} = \frac{1}{9} G \frac{M_c}{9R_c^2}$$

$$\Rightarrow 81R_c^2 = (R_c + h)^2 \xrightarrow{\text{جذر}} 9R_c = R_c + h \Rightarrow h = 8R_c$$

۸۱ ۱ طبق داده‌های سؤال، فشار گاز در حال زیاد شدن است و از طرفی حجم گاز با فشار آن رابطه عکس دارد ($P \propto \frac{1}{V}$)، بنابراین حجم گاز در حال کم شدن است. جرم گاز، ثابت است (قانون پایستگی جرم) و حجم آن نیز در حال کم شدن است، پس طبق رابطه چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ ، چگالی گاز در حال افزایش است. هم‌چنین در انقباض بی‌دررو، دمای گاز افزایش می‌یابد.

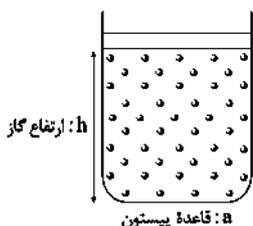
۸۲ ۲ فرایند در فشار ثابت است، زیرا در هر دو حالت وزن و مقطع پیستون تغییری نکرده است، بنابراین:

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$$

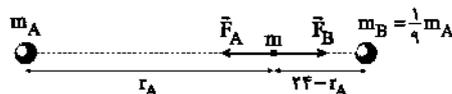
$$\frac{P_1 = P_2}{P_1 = P_2} \rightarrow \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \quad \frac{T_1 = 450 \text{ K}}{T_2 = 380 \text{ K}} \rightarrow \frac{V_1}{450} = \frac{V_2}{380}$$

$$\Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{380}{450} = \frac{38}{45} (*)$$

برای پیستون داریم:



۷۶ ۲ نیروی گرانشی از رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ محاسبه می‌شود. ابتدا شکل ساده‌ای برای درک بهتر سؤال رسم می‌کنیم:



برای آن‌که به جسم با جرم m هیچ نیرویی وارد نشود، نیروهای \vec{F}_B و \vec{F}_A باید یکدیگر را خنثی کنند، بنابراین:

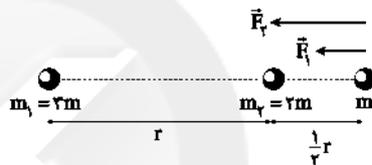
$$F_A = F_B$$

$$\Rightarrow G \frac{m_A m}{r_A^2} = G \frac{m_B m}{(24 - r_A)^2}$$

$$\Rightarrow \frac{m_A}{r_A^2} = \frac{\frac{1}{9} m_A}{(24 - r_A)^2} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{1}{r_A} = \frac{1}{2(24 - r_A)}$$

$$\Rightarrow r_A = 24 - 2r_A \Rightarrow 3r_A = 24 \Rightarrow r_A = 8 \text{ m}$$

۷۷ ۲ نیروی گرانشی میان دو جسم، ریاضی است، بنابراین جرم‌های m_1 و m_2 به جرم m نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 را مطابق شکل زیر وارد می‌کنند.



با استفاده از رابطه $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$ داریم:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{m_2 m}{m_1 m} \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2}{3} \times \left(\frac{2}{1}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{2}{3} \times 4 \Rightarrow F_2 = \frac{2}{3} \times 9 \Rightarrow F_2 = 6 \text{ N}$$

برای محاسبه اندازه نیروی گرانشی خالص وارد بر جرم m ، نیروهای \vec{F}_1 و \vec{F}_2 را جمع می‌کنیم:

$$F_t = F_1 + F_2 = 30 + 6 = 36 \text{ N}$$

پس نیروی گرانشی خالصی به بزرگی 36 N و به سمت چپ به جرم m وارد می‌شود.

۷۸ ۳ وزن جسم A در سطح مریخ، دو برابر وزن جسم B در ماه است، بنابراین:

$$(W_A)_{\text{مریخ}} = 2(W_B)_{\text{ماه}} \Rightarrow m_A g_{\text{مریخ}} = 2m_B g_{\text{ماه}}$$

$$\Rightarrow m_A \times 2/6 = 2 \times m_B \times 1/6 \Rightarrow m_B = \frac{1}{8} m_A (*)$$

در سطح زمین، وزن جسم B، 80 نیوتون بیشتر از وزن جسم A است، بنابراین:

$$(W_B)_{\text{زمین}} - (W_A)_{\text{زمین}} = 80 \Rightarrow m_B g_{\text{زمین}} - m_A g_{\text{زمین}} = 80$$

$$\Rightarrow 10 m_B - 10 m_A = 80 \Rightarrow m_B - m_A = 8$$

$$\xrightarrow{(*)} \frac{1}{8} m_A - m_A = 8 \Rightarrow \frac{1}{8} m_A = 8 \Rightarrow m_A = 64 \text{ kg}$$

بنابراین جرم جسم B برابر است با:

$$m_B = \frac{1}{8} \times 64 = 8 \text{ kg}$$

فرایند $A \rightarrow B$ یک فرایند هم فشار است، بنابراین:

$$W = -nRT\Delta T$$

$$\frac{n=2 \text{ mol}}{\Delta T=160-10=60 \text{ K}, R=8 \frac{\text{J}}{\text{mol.K}}} \rightarrow W_{AB} = -2 \times 8 \times 60$$

$$\Rightarrow W_{AB} = -960 \text{ J}$$

فرایند $B \rightarrow C$ یک فرایند هم حجم است، بنابراین:

$$W_{BC} = 0$$

پس کار انجام شده بر روی گاز در فرایند $A \rightarrow B \rightarrow C$ برابر است با:

$$W_{ABC} = W_{AB} + W_{BC} = -960 + 0 = -960 \text{ J}$$

کار گاز روی محیط خواسته شده است، بنابراین:

$$W'_{ABC} = -W_{ABC} = -(-960) = 960 \text{ J}$$

در یخچال‌ها داریم:

$$|Q_H| = Q_L + W$$

و برای محاسبه Q_L داریم:

$$Q = mc\Delta\theta = 1 \times 4200 \times (0 - 20) = -84000 \text{ J} \Rightarrow Q_L = 84000 \text{ J}$$

در نتیجه داریم:

$$|Q_H| = Q_L + W = 84000 + 16800 = 100800 \text{ J}$$

۱ ۸۸

قانون اول ترمودینامیک: $Q_H = |W| + |Q_L|$

قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی: $Q_L \neq 0 \Rightarrow Q_H \neq |W|$

می‌توان گفت در قانون دوم ترمودینامیک به بیان ماشین گرمایی، بازده نمی‌تواند ۱۰۰ درصد باشد.

بررسی گزینه‌ها:

$$\left. \begin{array}{l} 1) \left\{ \begin{array}{l} Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow 400 = 400 + 0 \\ \Rightarrow \text{قانون اول ترمودینامیک برقرار است.} \\ \eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{400}{400} = 1 \\ \Rightarrow \text{قانون دوم ترمودینامیک برقرار نیست.} \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 2) \left\{ \begin{array}{l} Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow 400 = 150 + 250 \Rightarrow 400 = 400 \\ \Rightarrow \text{قانون اول ترمودینامیک برقرار است.} \\ \eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{150}{400} < 1 \\ \Rightarrow \text{قانون دوم ترمودینامیک برقرار است.} \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3) \left\{ \begin{array}{l} Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow 400 = 250 + 150 \Rightarrow 400 \neq 350 \\ \Rightarrow \text{قانون اول ترمودینامیک برقرار نیست.} \\ \eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{250}{400} < 1 \\ \Rightarrow \text{قانون دوم ترمودینامیک برقرار است.} \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

$$\left. \begin{array}{l} 4) \left\{ \begin{array}{l} Q_H = |W| + |Q_L| \Rightarrow 400 = 0 + 400 \\ \Rightarrow \text{قانون اول ترمودینامیک برقرار است.} \\ \eta = \frac{|W|}{Q_H} = \frac{0}{400} = 0 \\ \Rightarrow \text{قانون دوم ترمودینامیک برقرار است.} \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

$$V = ah \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{a_2 h_2}{a_1 h_1} \rightarrow a_1 = a_2 \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{h_2}{h_1}$$

$$\frac{h_1 = 9 \text{ cm}}{(*)} \rightarrow \frac{38}{45} = \frac{h_2}{9} \Rightarrow h_2 = \frac{9 \times 38}{45} = 7.6 \text{ cm}$$

$$\Delta h = h_2 - h_1 = 7.6 - 9 = -1.4 \text{ cm}$$

پیستون به طرف پایین حرکت می‌کند.

۱ ۸۲ در عمق دریاچه، فشار گاز موجود درون حباب، با فشار مایع در

همان عمق مشخص برابر است. این موضوع در سطح دریاچه نیز صدق می‌کند، بنابراین:

$$P_1 = 1/8 \theta_1 + 32 \Rightarrow 41 = 1/8 \theta_1 + 32 \Rightarrow \theta_1 = \frac{41 - 32}{1/8} = 8^\circ \text{C}$$

$$\Rightarrow T_1 = 273 + 8 = 281 \text{ K}$$

$$T_2 = \theta_2 + 273 = 37 + 273 = 310 \text{ K}$$

بنابراین با توجه به معادله حالت گاز کامل داریم:

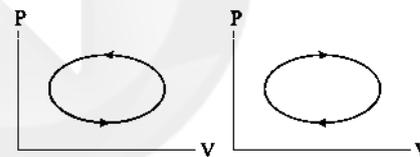
$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{139 \times 3/5}{278} = \frac{100 \times V_2}{310} \Rightarrow V_2 = 5/425 \text{ cm}^3$$

در نتیجه تغییرات حجم حباب برابر است با:

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 5/425 - 3/5 = 1/925 \text{ cm}^3$$

۲ ۸۲ علامت کار انجام شده روی گاز در چرخه، وابسته به ساعتگرد و

یا پادساعتگرد بودن آن است.



چرخه پادساعتگرد

$$W > 0, W = +S$$

↓
مساحت سطح چرخه

چرخه ساعتگرد

$$W < 0, W = -S$$

↓
مساحت سطح چرخه

در سؤال داده شده:

علامت چرخه $A \leftarrow$ چون پادساعتگرد است، پس علامت کار انجام شده در آن مثبت است.

علامت چرخه $B \leftarrow$ چون ساعتگرد است، پس علامت کار انجام شده در آن منفی است.

علامت کل چرخه \leftarrow چرخه A مساحت بیشتری دارد، پس علامت کار انجام شده در کل دستگاه، مثبت است.

۳ ۸۵ با توجه به تأکید سؤال بر عایق‌بندی مجموعه سیلندر و

پیستون، فرایند انجام شده بر روی گاز از نوع بی‌دررو می‌باشد، چون در فرایند بی‌دررو، بین دستگاه و محیط هیچ تبادل گرمایی رخ نمی‌دهد.

برداشتن وزنه‌های ۱۰ گرمی از روی پیستون سبب می‌شود که حجم گاز به آرامی زیاد شود، بنابراین گاز منبسط می‌شود (حجم زیاد شود) و علامت کار انجام شده روی گاز، منفی است.

تغییرات انرژی درونی گاز در فرایند بی‌دررو برابر است با:

$$\Delta U = W + Q \xrightarrow{Q=0} \Delta U = W \xrightarrow{W<0} \Delta U < 0$$

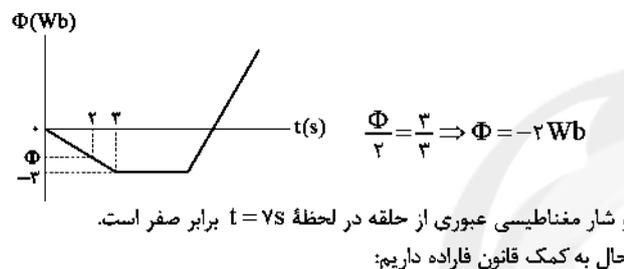
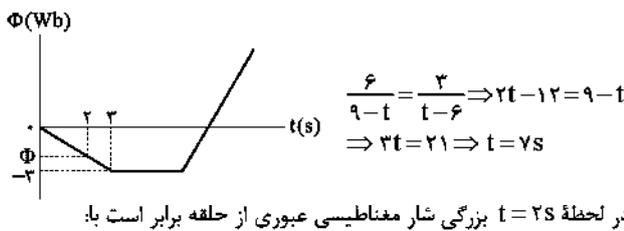
انرژی درونی گاز در حال کاهش است، پس دمای گاز نیز کاهش می‌یابد.

۹۳ با استفاده از رابطه ضریب القاوری داریم:

$$L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell} = \frac{12 \times 10^{-7} \times (1000)^2 \times 20 \times 10^{-4}}{80 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow L = \frac{12 \times 10^{-7} \times 10^6 \times 20 \times 10^{-4}}{80 \times 10^{-2}} = 3 \times 10^{-3} \text{ H} = 3 \text{ mH}$$

۹۴ با استفاده از تشابه دو مثلث ABC و A'B'C لحظه t را به دست می‌آوریم:



$$|\bar{\varepsilon}| = -N \frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = -1 \times \frac{-(-2)}{5}$$

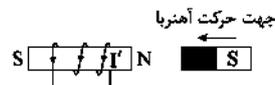
$$\Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = 0.4 \text{ V} \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = 40 \text{ mV}$$

۹۵ جهت جریان القایی را می‌توانیم فقط با استفاده از قانون لنز به دست بیاوریم، به طوری که جهت جریان القایی باید به گونه‌ای باشد که با عامل تغییر شار مخالفت کند.

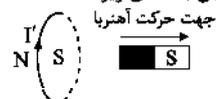
بررسی گزینه‌ها:

(۱) جریان در سیم در حال افزایش است، پس جریان القایی درون حلقه باید میدان مغناطیسی داخل حلقه ایجاد کند تا با افزایش میدان مغناطیسی حاصل از سیم در مرکز حلقه مخالفت کند. با توجه به قاعده دست راست، جهت میدان حاصل از سیم درون حلقه درون سو است، پس جهت میدان القایی در حلقه برون سو و جهت جریان پادساعتگرد است.

(۲) با توجه به جهت حرکت آهنربا، جریان القایی در سیمولوله باید میدان مغناطیسی درون سیمولوله ایجاد کند تا از نزدیک شدن آهنربا جلوگیری کند، پس جریان القایی در آهنربا به شکل زیر است.



(۳) با توجه به جهت حرکت آهنربا، جریان القایی باید میدان مغناطیسی درون حلقه ایجاد کند تا از دور شدن آهنربا جلوگیری کند، پس جریان به شکل زیر است.



(۴) حلقه در حال دور شدن از سیم حامل جریان است، پس میدان حاصل از سیم در مکان حلقه در حال کاهش است، پس باید جریان القایی در حلقه میدان مغناطیسی ایجاد کند که هم جهت با میدان مغناطیسی حاصل از سیم در مکان حلقه باشد، با توجه به این که جهت میدان مغناطیسی حاصل از سیم در مرکز حلقه برون سو است، پس میدان حاصل از جریان القایی نیز در مرکز حلقه باید برون سو باشد، در نتیجه جهت جریان القایی در حلقه پادساعتگرد است.

۸۹ با استفاده از رابطه بازده ماشین گرمایی داریم:

$$\eta = \frac{|W|}{Q_H} \times 100 \Rightarrow 28 = \frac{1/96 \times 10^3 \times 10^2}{Q_H} \Rightarrow Q_H = 7000 \text{ J}$$

بزرگی گرمای اتلافی ($|Q_L|$) را حساب می‌کنیم:

$$Q_H = |Q_L| + W \Rightarrow 7000 = |Q_L| + 1960$$

$$\Rightarrow |Q_L| = 7000 - 1960 = 5040 \text{ J}$$

پس در هر چرخه، $Q_H = 7000 \text{ J}$ و $|Q_L| = 5040 \text{ J}$ است. با توجه به این که هر چرخه ۵ ثانیه زمان می‌برد، تعداد چرخه‌های طی شده در ۲۴ ساعت را حساب می‌کنیم:

$$\text{تعداد چرخه‌ها} = \frac{\text{کل زمان طی شده}}{\text{زمان هر چرخه}} = \frac{24 \times 60 \times 60}{5} = 17280$$

مقدار گرمای دلمشده به منبع دمای پایین در طول ۲۴ ساعت برابر است با:

$$|Q_L|_t = n \times |Q_L| = 17280 \times 5040 = 87 \text{ MJ}$$

۹۰ دمای اولیه و ثانویه گاز را برحسب کلین حساب می‌کنیم:

$$F_1 = 59^\circ \text{ F} \Rightarrow F_1 = 1/8\theta_1 + 32 \Rightarrow 59 = 1/8\theta_1 + 32$$

$$\Rightarrow \theta_1 = 15^\circ \text{ C} \Rightarrow T_1 = 15 + 273 = 288 \text{ K}$$

$$\Delta\theta = \Delta T = -96 \text{ K} \Rightarrow T_2 - T_1 = -96$$

$$\Rightarrow T_2 - 288 = -96 \Rightarrow T_2 = 192 \text{ K}$$

با توجه به قانون گاز کامل داریم:

$$\left\{ \begin{array}{l} P_1 V_1 = P_2 V_2 \\ P_{\text{گاز}} - P_0 = P_{\text{فشارسنج}} \Rightarrow P_{\text{گاز}} = 17 + 1 = 18 \text{ atm} \\ V_1 = 0.4 \text{ m}^3 = 400 \text{ L}, V_2 = 400 + 100 = 500 \text{ L} \end{array} \right.$$

$$\Rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{18 \times 400}{288} = \frac{P_2 \times 500}{192} \Rightarrow 25 = \frac{125 P_2}{48}$$

$$\Rightarrow P_2 = 9.6 \text{ atm}$$

بنابراین فشار مطلق ۹/۶ اتمسفر است.

$$9/6 - 1 = 8/6 \text{ atm}$$

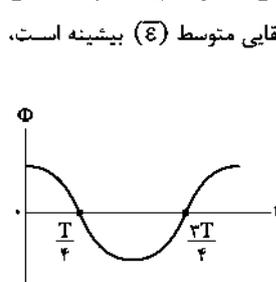
عدد فشارسنج در حالت دوم برابر است با:

۹۱ عبارتهای «الف»، «ب» و «د» درست هستند.

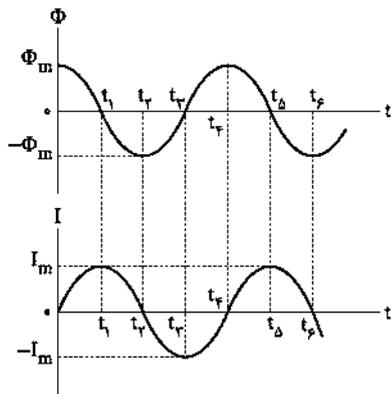
بررسی عبارت نادرست:

(ج) برای تغییرات ولتاژ از میدل استفاده می‌شود.

۹۲ آهنگ تغییر شار مغناطیسی همان نیروی محرکه القایی متوسط است، در جاهایی که نیروی محرکه القایی متوسط ($\bar{\varepsilon}$) بیشینه است، شار مغناطیسی عبوری برابر صفر خواهد شد.



در مولد جریان متناوب در مدت زمان یک دوره، تغییرات شار مغناطیسی برابر صفر است، بنابراین جریان الکتریکی متوسط نیز در یک دوره صفر است.



۱۰۰ ۲ در هنگام وصل کلید، جریان از صفر رو به افزایش است، بنابراین نیروی محرکه خود - القاوری در خلاف جهت نیروی محرکه مولد ایجاد می‌شود، بنابراین هیچ جریانی از القاگر عبور نمی‌کند و تقریباً شبیه به یک مقاومت بسیار بزرگ عمل می‌کند، بنابراین تمام جریان از شاخه بالایی، یعنی آمپرسنج عبور می‌کند. بعد از مدتی که نیروی محرکه خود - القاوری کاهش می‌یابد و به صفر می‌رسد، به دلیل این‌که القاگر، بدون مقاومت الکتریکی است، بنابراین دوسر مقاومت و آمپرسنج اتصال کوتاه شده و تمام جریان از شاخه پایینی عبور می‌کند، پس آمپرسنج صفر را نشان می‌دهد.

شیمی

۱۰۱ ۱ فقط عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست:

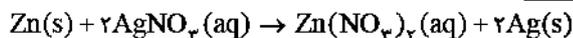
- یکی از راه‌های بهره‌گیری از انرژی ذخیره‌شده در فلزها، اتصال آن‌ها در شرایط مناسب به یکدیگر است.
- در گذشته برای عکاسی از سوختن Mg (منیزیم) به عنوان منبع نور استفاده می‌شد.
- چراغ خورشیدی یک ابزار روشنایی است که از لامپ LED سلول خورشیدی و باتری قابل شارژ تشکیل شده است.

۱۰۲ ۳ به‌جز عبارت دوم، سایر عبارت‌ها درست هستند.

معادله نیم‌واکنش اکسایش واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



۱۰۳ ۱ مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



$$\Delta H = (-70 \times 4/2) = -294 \text{ kJ}$$

$$\frac{x \text{ g Zn (مصرف شده)}}{1 \times 65} = \frac{y \text{ g Ag (تولید شده)}}{2 \times 108} = \frac{88/2 \text{ kJ}}{294}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 19/5 \text{ g Zn} \\ y = 64/8 \text{ g Ag} \end{cases}$$

$$\text{تغییر جرم تیغه} = \left(\frac{60}{100} \times 64/8\right) - 19/5 = 19/28 \text{ g}$$

۱۰۴ ۲ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست:

- سلول گالوانی، خود ویژگی‌های یک باتری را دارد و انرژی الکتریکی تولید می‌کند و در آن از منبع جریان برق استفاده نمی‌شود.
- سلول گالوانی دستگاهی است که می‌تواند براساس قدرت کاهندگی فلزها، جریان الکتریکی تولید کند.

۹۶ ۴ تندی حرکت قاب برابر $2/5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ است، پس از لحظه ورود

قاب به میدان تا لحظه‌ای که قاب به طور کامل در میدان قرار می‌گیرد، ۸ ثانیه طول می‌کشد.

$$\Delta x = v \Delta t \Rightarrow 20 = 2/5 \times \Delta t \Rightarrow \Delta t = 5 \text{ s}$$

با استفاده از قانون فاراده داریم:

$$|\bar{\epsilon}| = -N \frac{\Delta B A \cos \theta}{\Delta t}$$

$$B_1 = 0, B_2 = 5 \times 10^{-2} \text{ T} \rightarrow |\bar{\epsilon}| = -1 \times \frac{5 \times 10^{-2} \times 2 \times 10^{-2} \times \cos 0^\circ}{8}$$

$$A = 200 \text{ cm}^2 = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$\Rightarrow |\bar{\epsilon}| = 1/25 \times 10^{-4} \text{ V}$$

با ورود قاب به میدان مغناطیسی، شار مغناطیسی عبوری از قاب افزایش می‌یابد، بنابراین طبق قانون لنز، جریانی در قاب القا می‌شود تا با افزایش شار مخالفت کند، بنابراین میدان القایی در قاب باید برون‌سو باشد، پس طبق قاعده دست راست، جهت جریان القایی در قاب، پادساعتگرد است.

۹۷ ۳ انرژی ذخیره‌شده در سیملوله از رابطه $U = \frac{1}{2} L I^2$ به دست

می‌آید، همچنین ضریب القاوری آن نیز از رابطه $L = \frac{\mu_0 N^2 A}{\ell}$ قابل محاسبه

است، بنابراین:

$$\frac{U_A}{U_B} = \frac{L_A}{L_B} \times \left(\frac{I_A}{I_B}\right)^2$$

$$\Rightarrow \frac{U_A}{U_B} = \left(\frac{N_A}{N_B}\right)^2 \times \left(\frac{A_A}{A_B}\right) \times \left(\frac{\ell_B}{\ell_A}\right) \times \left(\frac{I_A}{I_B}\right)^2$$

$$\frac{A_A = A_B, N_A = N_B}{\ell_A = 2\ell_B, I_A = \frac{1}{2} I_B} \rightarrow \frac{U_A}{U_B} = 1 \times 1 \times \frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{8}$$

۹۸ ۲ با استفاده از قانون القای فاراده داریم:

$$\begin{cases} \bar{\epsilon}_1 = -\frac{\Delta \Phi_1}{\Delta t_1} = -a^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} \\ \bar{\epsilon}_2 = -\frac{\Delta \Phi_2}{\Delta t} = -4a^2 \frac{\Delta B}{\Delta t} \end{cases} \Rightarrow \bar{\epsilon}_2 - \bar{\epsilon}_1 = -3a^2 \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow 90 \times 10^{-3} = -3a^2 \times \frac{0/2 - 0/8}{50 \times 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow a^2 = 25 \times 10^{-4} \Rightarrow a = 5 \times 10^{-2} \text{ m} = 5 \text{ cm}$$

۹۹ ۲ به‌ازای هر بار گذر نمودار $\Phi - t$ از صفر (محور tها)، جریان در

نمودار $I - t$ به $|I_m|$ می‌رسد، اما صورت سؤال I_m را می‌خواهد، با گذر نمودار $\Phi - t$ از صفر به گونه‌ای که از بالای نمودار، محور t را قطع کند، جریان به I_m می‌رسد، اما اگر از پایین نمودار، محور t را به سمت بالا قطع کند، جریان به $-I_m$ می‌رسد.

می‌توان نمودار $I - t$ را برحسب نمودار $\Phi - t$ داده‌شده، رسم کرد. به‌ازای هر بار گذر نمودار $\Phi - t$ از صفر، نمودار $I - t$ به I_m می‌رسد و به‌ازای هر بار رسیدن نمودار $\Phi - t$ به ماکزیمم، نمودار $I - t$ به صفر می‌رسد.

۱۱۳ ۱ • واکنش a نشان می‌دهد که قدرت اکسندگی D^{2+} بیشتر از A^{2+} است.

• واکنش b نشان می‌دهد که قدرت اکسندگی A^{2+} بیشتر از X^{2+} است.

• انجام نشدن واکنش C نشان می‌دهد که قدرت اکسندگی X^{2+} بیشتر از E^{3+} است.

• بنابراین قدرت اکسندگی E^{3+} کم‌تر از سه یون دیگر بوده و پتانسیل کاهش آن عدد کوچک‌تری است.

۱۱۴ ۳ در سلول گالوانی $Ag-Au$ ، الکتروود نقره آند و الکتروود طلا کاتد است.

$$E^{\circ}_{\text{سلول}} = E^{\circ}_{\text{کاتد}} - E^{\circ}_{\text{آند}} = ۷۵۰ - ۰/۸۰ = ۰/۷۰V$$

$$E_{\text{سلول}} = ۰/۷۰ - \frac{۰/۰۵۹}{۳} \log \frac{۰/۲}{۰/۴}$$

$$E_{\text{سلول}} = ۰/۷۰ - (۰/۰۲ \times (-۰/۳)) = ۰/۷۰۶V$$

۱۱۵ ۱ عبارتهای اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

• در میان فلزها، لیتیم کم‌ترین چگالی و E° را دارد.

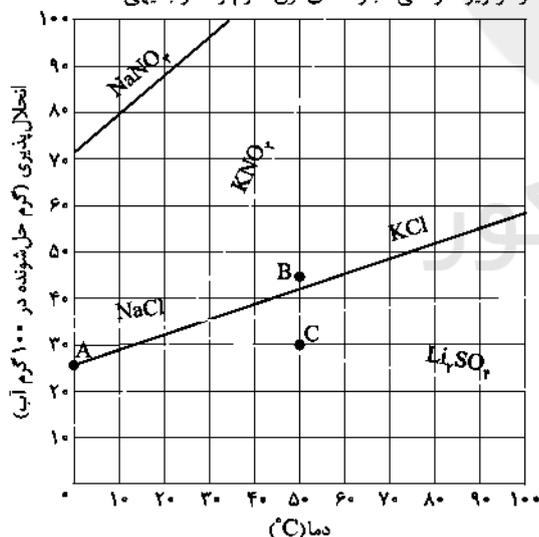
• ولتاژی که شماری از باتری‌های لیتیومی تولید می‌کنند بیشتر از ۳V است.

۱۱۶ ۳ به‌جز عبارت آخر، سایر عبارتهای درست هستند.

آب تنها ماده‌ای است که به هر سه حالت جامد، مایع و گاز (بخار) در طبیعت یافت می‌شود.

۱۱۷ ۳ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارتهای درست هستند.

با توجه به نمودار زیر، درستی عبارتهای اول، دوم و آخر بدیهی است.



با افزایش دما، انحلال‌پذیری لیتیم سولفات در آب کاهش می‌یابد. بنابراین برای تهیه محلول فراسیرشده از نمک Li_2SO_4 ، باید دمای محلول سیرشده از آن را به آهستگی افزایش داد.

۱۱۸ ۴ می‌توان از روی جرم یون سدیم، جرم نمک موجود در محلول را به دست آورد:

$$?g NaNO_3 = ۱۷/۳۱g Na^+ \times \frac{۱mol Na^+}{۲۳g Na^+} \times \frac{۱mol NaNO_3}{۱mol Na^+}$$

$$\times \frac{۸۵g NaNO_3}{۱mol NaNO_3} = ۶۴g NaNO_3$$

۱۰۵ ۳ در سلول گالوانی، کاتد (قطب مثبت) الکتروودی است که E° کاهشی آن بزرگ‌تر است. بنابراین قلع نمی‌تواند گزینه مناسبی برای منگنز باشد تا منگنز نقش کاتد را ایفا کند.

$$emf = E^{\circ}_{\text{کاتد}} - E^{\circ}_{\text{آند}} = E^{\circ}_{\text{منگنز}} - E^{\circ}_{\text{آلومینیم}} = (-۷۱۸) - (-۷۶۶) = ۰/۴۸V$$

۱۰۶ ۱ به‌جز عبارت دوم، سایر عبارتهای درست هستند.

در سری الکتروشیمیایی با حرکت از پایین به بالا، قدرت اکسندگی یون‌های فلزی بیشتر می‌شود.

۱۰۷ ۲ با توجه به جهت حرکت الکترون که از سمت الکتروود X به A است، می‌توان نتیجه گرفت که X آند و A کاتد است.

بررسی عبارتهای نادرست:

آ) فرمول سولفات نقره (A) باید به صورت A_2SO_4 باشد، نه ASO_4 .

ب) الکترون‌ها در مدار بیرونی به سمت الکتروود مثبت (کاتد) حرکت می‌کنند.

۱۰۸ ۲ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارتهای درست هستند.

آنیون‌ها با عبور از دیواره متخلخل به سمت آند (قطب منفی سلول) مهاجرت می‌کنند.

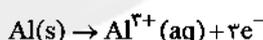
۱۰۹ ۳ عبارتهای دوم و سوم درست هستند.

بررسی عبارتهای نادرست:

• الکتروود استاندارد برای نیم‌سلول آلومینیم، شامل تیغه Al در محلول یک مولار از یون Al^{3+} در دمای $25^{\circ}C$ است.

• اندازه‌گیری پتانسیل یک نیم‌سلول به طور جداگانه ممکن نیست و باید این کمیت به طور نسبی اندازه‌گیری شود.

۱۱۰ ۲ در این سلول، آلومینیم نقش آند را ایفا می‌کند.



$$?e^{-} = ۴/۳۲g Al \times \frac{۱mol Al}{۲۷g Al} \times \frac{۳mole^{-}}{۱mol Al}$$

$$\times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} e^{-}}{۱mole^{-}} = ۲/۸۹ \times ۱۰^{۲۳} e^{-}$$

۱۱۱ ۲ به‌جز عبارت نخست، سایر عبارتهای درست هستند. با این‌که هر

سلول گالوانی ولتاژ معینی دارد، اما در آن‌ها با تغییر هر یک از اجزای سلول، ولتاژ تغییر می‌کند.

۱۱۲ ۲ به‌جز عبارت سوم، سایر عبارتهای درست هستند.

• از آن‌جا که یون A^{-} با هیچ‌کدام از عنصرهای X و D واکنش نمی‌دهد، می‌توان نتیجه گرفت که قدرت اکسندگی A بیشتر از X و D است.

• از آن‌جا که عنصر D با یون X^{-} واکنش می‌دهد، می‌توان نتیجه گرفت که قدرت اکسندگی D بیشتر از X است.

• بنابراین مقایسه میان قدرت اکسندگی و کاهش‌دهنده‌ها به صورت زیر است:

$$اکسندگی: A > D > X$$

$$کاهش‌دهنده: X^{-} > D^{-} > A^{-}$$

• واکنش میان A و D^{-} انجام‌پذیر است، اما سرعت آن کم‌تر از واکنش میان A و X^{-} است.

۱۲۵) ۴ • با پایان فرایند اسمز، غلظت مولی محلول گلوکز در دو سمت یکسان می‌شود.

• ابتدا غلظت مولی محلول سمت راست را حساب می‌کنیم:

$$M = \frac{10 \times 45 \times 1/5}{C_6H_{12}O_6 \text{ جرم مولی}} = \frac{10 \times 45 \times 1/5}{180}$$

$$= 3/75 \text{ mol.L}^{-1}$$

در فرایند اسمز، مولکول‌های حلال (آب) با عبور از غشای نیمه تراوا از محلول رقیق‌تر به محلول غلیظ‌تر مهاجرت می‌کنند.

$$M_{\text{چپ}} = M_{\text{راست}}$$

$$\frac{(4 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0/3 \text{L})}{0/3 + V} = \frac{(3/75 \frac{\text{mol}}{\text{L}} \times 0/4 \text{L})}{0/4 - V} \Rightarrow V = 0/01 \text{L} = 1 \text{mL}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} V_{\text{چپ}} = 31 \text{mL} \\ V_{\text{راست}} = 389 \text{mL} \end{cases} \Rightarrow \Delta V = 78 \text{mL}$$

۱۲۶) ۳ • به‌جز عبارت نخست، سایر عبارتها درست هستند.

پلیمر A همان پلی‌پروپین $(C_3H_6)_n$ و پلیمر B همان پلی‌سیانو اتن $(CH_2-CH)_n$ است.



بررسی عبارتها:

$$C_3H_6 : 2(12) + 6(1) = 42 \text{g.mol}^{-1}$$

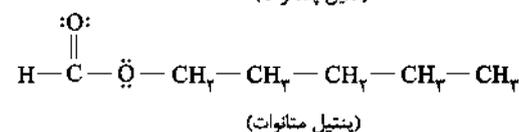
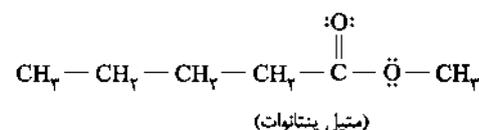
$$CH_2CHCN : 2(12) + 2(1) + 14 = 53 \text{g.mol}^{-1}$$

• از پلی‌وینیل کلراید $(CH_2-CH)_n$ برای تولید کیسه‌ی خون استفاده می‌شود که همانند پلی‌سیانواتن از سه عنصر تشکیل شده است.

• از تفلون $(C_2F_4)_n$ برای ساخت نخ دندان استفاده می‌شود که برخلاف پلی‌پروپین جزو پلیمرهای هیدروکربنی نیست.

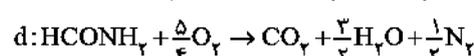
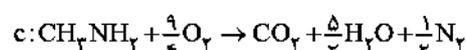
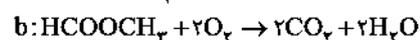
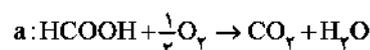
• شمار پیوندهای C-H در واحدهای تکرارشونده پلی‌پروپین و پلی‌سیانواتن برابر با شمار اتم‌های هیدروژن آنها است.

۱۲۷) ۳ • ساختار هر دو مولکول در زیر رسم شده است:



این دو ترکیب که با هم ایزومرنند در شمار گروه‌های CH_2 و CH_3 با هم تفاوت دارند.

۱۲۸) ۲ • معادله موازنه شده سوختن کامل یک مول از هر چهار ترکیب در زیر آمده است:



جرم آب موجود در محلول سیر شده در دمای $10^\circ C$ برابر است با:

$$144 - 64 = 80 \text{g } H_2O$$

جرم آب در فرایند تغییر دما، ثابت است. به این ترتیب جرم نمک موجود در

$$\text{محلول سیرشده در دمای } 0^\circ C \text{ برابر است با: } 64 - 6 = 58 \text{g } NaNO_3$$

درصد جرمی نمک در دمای $0^\circ C$ برابر است با:

$$\%NaNO_3 = \frac{58 \text{g}}{(80+58) \text{g}} \times 100 = 44\%$$

۱۱۹) ۲ • در جفت ترکیب اتانول (C_2H_5OH) و

استون (CH_3COCH_3) همانند جفت ترکیب آب (H_2O) و هیدروژن

سولفید (H_2S) ، ماده با جرم مولی کم‌تر، نقطه جوش بالاتری دارد و دلیل آن

هم وجود پیوند هیدروژنی میان مولکول‌های ماده مورد نظر است.

۱۲۰) ۲ • به‌جز عبارت آخر، سایر عبارتها درست هستند.

در دما و فشار معین، مقایسه میان انحلال‌پذیری گازهای مورد نظر به

صورت $N_2 < O_2 < NO < CO_2$ است. با توجه به این نکته اگر جرم چهار

محلول آبی سیرشده از این گازها با هم برابر باشد، مقایسه میان جرم گازها در این

چهار محلول به صورت $N_2 < O_2 < NO < CO_2$ و مقایسه میان جرم آب در

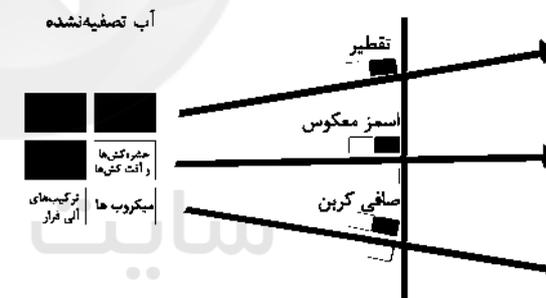
آنها برعکس روند بالا است. به این ترتیب درستی عبارتهای اول و دوم تأیید

می‌شود. از طرفی چون با کاهش دما، انحلال‌پذیری گازها در آب افزایش می‌یابد،

درستی عبارت سوم نیز بدیهی است. در ارتباط با عبارت آخر، باید گفت که با n

برابر کردن فشار گازها، انحلال‌پذیری آنها در آب نیز n برابر می‌شود.

۱۲۱) ۱ • شکل زیر برخی روش‌های تصفیه یک نمونه آب را نشان می‌دهد.



۱۲۲) ۱ • هر چهار عبارت پیشنهادشده در ارتباط با هگزان درست هستند.

۱۲۳) ۱ • هر چهار عبارت پیشنهادشده نادرست هستند.

بررسی عبارتهاک نادرست:

• در میان صنایع، صنعت کشاورزی بیشترین حجم آب مصرفی را به خود اختصاص داده است.

• میانگین ردپای آب برای هر فرد در یک سال در حدود هزار مترمکعب است.

• ردپای آب، همه آبی را که در تولید کالاها، ارائه خدمات و فعالیت‌های گوناگون مصرف می‌شود، نشان می‌دهد.

• همه آب‌های مصرفی در کشاورزی، دامداری، نساجی، بهداشت، خانه، مدرسه و دانشگاه از آب‌های سطحی یا زیرزمینی تأمین می‌شود.

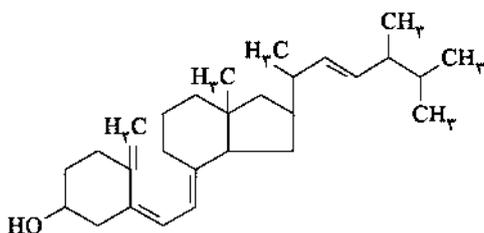
۱۲۴) ۱ • بررسی عبارتهاک نادرست:

ب) با قرار دادن حیوانات درون آب، برخی نمک‌ها، ویتامین‌ها و ... نیز علاوه بر آب، از بافت حیوانات به آب راه می‌یابند.

ت) هنگامی که حیوانات و میوه‌های خشک را برای مدتی درون آب قرار می‌دهیم، به دلیل پدیده اسمز، متورم می‌شوند.

۱۲۵) ۲

به جز عبارت دوم، سایر عبارتها درست هستند.
در ساختار ویتامین D، دو حلقه ۶ کربنی وجود دارد که هر دو حلقه، سیر شده هستند.



۱۲۹) ۲

عبارت‌های اول و سوم درست هستند.

بررسی عبارتهاک نادرست:

- آمارها نشان می‌دهد که حدود نیمی از لباس‌های تولیدی در جهان از پنبه تهیه می‌شود.
- در درشت‌مولکول‌ها، شمار اتم‌های آن‌ها بسیار زیاد است، نه شمار عنصرهای سازنده!

۱۳۰) ۳

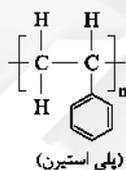
بررسی هر چهار مورد:

- آناناس ← استر: اتیل بوتانوات ← الکل سازنده: اتانول ✓
- موز ← استر: پنتیل اتانوات ← الکل سازنده: ۱-پنتانول
- سیب ← استر: متیل بوتانوات ← الکل سازنده: متانول ✓
- انگور ← استر: اتیل هپتانوات ← الکل سازنده: اتانول ✓
- متانول و اتانول به هر نسبتی در آب حل می‌شوند.

۱۳۱) ۲

به جز عبارت دوم، سایر عبارتها درست هستند.

نسبت شمار اتم‌های C به شمار اتم‌های H در پلی‌استیرن $(C_8H_8)_n$ برابر با ۱ و در پلی‌وینیل کلرید $(CH_2-CHCl)_n$ برابر با $\frac{2}{3}$ است.



۱۳۲) ۲

چگالی هر نوع پلی‌اتن سبک و سنگین کم‌تر از چگالی آب بوده و بر روی آب شناور می‌مانند.
این دو نوع پلی‌اتن در سایر موارد با هم تفاوت دارند.

۱۳۳) ۲

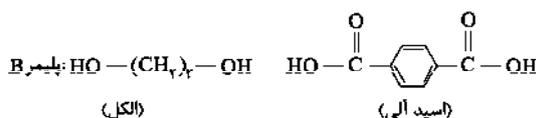
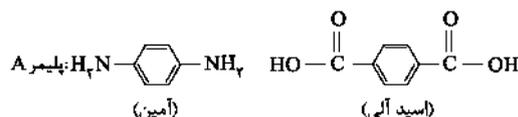
عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارتهاک نادرست:

- لباس‌های نخی در شهری مانند بندرعباس که در مقایسه با تبریز، گرم و مرطوب به حساب می‌آید، زودتر پوسیده می‌شوند. زیرا ساختار مولکولی آن توسط آب شکسته شده و به مونومرهای سازنده تبدیل می‌شود. گرما هم سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.
- پلی‌لاکتیک اسید وقتی که در طبیعت رها می‌شود طی ۶ تا ۲۴ ماه تخریب شده و به مولکول‌های ساده‌تر تبدیل می‌شود.

۱۳۴) ۳

پلیمرهای A و B به ترتیب جزو پلی‌آمیدها و پلی‌استرها هستند.
در زیر مونومرهای آن‌ها آورده شده است:



درستی عبارتهاک (آ) و (ب) بدیهی است. در مورد درستی عبارت (پ) باید گفت: اگر یک $-OH$ موجود در الکل بالا را با اتم H جایگزین کنیم، مولکول اتانول (الکل معمولی) با فرمول C_2H_5OH به دست می‌آید.
در مورد نادرستی عبارت (ت) نیز باید گفت که در ساختار آمین سازنده پلیمر A، شمار جفت الکترون‌های پیوندی برابر با ۱۹ است.